

Topologie I Blatt 10

37 | Nullerlei

Für eine punktierte Abbildung $g: (S^n, *) \rightarrow (X, x)$ sind die folgenden Aussagen äquivalent ($n \geq 1$):

- (a) Die Abbildung g repräsentiert in $\pi_n(X, x)$ das neutrale Element.
- (b) Die Abbildung g ist in \mathcal{Top}_\bullet homotop zur konstanten Abbildung.
- (c) Die Abbildung g ist in \mathcal{Top} homotop zu einer konstanten Abbildung.

38 | Monohomotopel

Ein **Eilenberg-MacLane-Raum** ist ein zusammenhängender Raum mit genau einer nicht-trivialen Homotopiegruppe. Genauer schreiben wir $K(\pi, n)$ für einen zusammenhängenden Raum mit

$$\begin{aligned}\pi_n(K(\pi, n)) &= \pi, \\ \pi_i(K(\pi, n)) &= 0 \text{ für } i \neq n.\end{aligned}$$

Hierbei ist n eine beliebige vorgegebene natürliche Zahl und π eine Gruppe, abelsch falls $n \geq 2$. Welche Eilenberg-MacLane-Räume tauchten bereits in der Vorlesung und/oder in vorherigen Aufgaben auf?

(Eine vollständige Antwort sollte für mindestens drei Räume nachweisen, dass es sich um Eilenberg-MacLane-Räume handelt.)

39 | Komplexer Mehrzeller

Der komplexe projektive Raum $\mathbb{C}P^n$ ist ein Zellkomplex mit einer d -Zelle für jedes $d \in \{0, 2, \dots, 2n\}$.

40 | Wanderhügel

Beim Anheften einer Zelle kommt es nur auf die Homotopieklasse der Anheftabbildung an: sind $f, g: S^n \rightarrow X$ homotop, so sind $X \sqcup_f D^{n+1}$ und $X \sqcup_g D^{n+1}$ homotopieäquivalent.