Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Peter Arndt

Wintersemester 2017
28.11.2017

Topologie I
Blatt 8

29 | Gehopft wie gespringt

Es ist $\mathbb{R}P^1 \cong S^1$ und $\mathbb{C}P^1 \cong S^2$. Insbesondere haben wir Faserbündel, die sogenannten Hopfbündel, der folgenden Form:

$$\begin{tikzcd} S^0 \arrow[r] & S^1 \arrow[d] \\ & S^1 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} S^1 \arrow[r] & S^3 \arrow[d] \\ & S^2 \end{tikzcd}$$

30 | Kokomposition

Sei T ein punktierter Raum. Die folgenden beiden Aussagen über eine Sequenz $X \xrightarrow{f} Y \xrightarrow{g} Z$ in $\mathcal{T}op_\bullet$ sind äquivalent:

(a) Die induzierte Sequenz $[X,T] \xleftarrow{f^*} [Y,T] \xleftarrow{g^*} [Z,T]$ ist eine exakte Sequenz punktierter Mengen.
(b) Genau dann existiert zu einer Abbildung $t\colon Y \to T$ eine Abbildung $\bar{t}\colon Z \to T$ mit $\bar{t} \circ g$ homotop zu t, wenn $t \circ f$ homotop zur konstanten Abbildung ist.

31 | Regionalbahn

Jeder Homomorphismus abelscher Gruppen $f\colon A \to B$ ist Teil einer exakten Sequenz

$$0 \to \ker(f) \to A \xrightarrow{f} B \to \operatorname{coker}(f) \to 0.$$

Insbesondere gilt:

$$\begin{aligned} f \text{ injektiv} \quad &\Leftrightarrow \quad 0 \to A \xrightarrow{f} B \text{ exakt} \\ f \text{ surjektiv} \quad &\Leftrightarrow \quad A \xrightarrow{f} B \to 0 \text{ exakt} \end{aligned}$$

32 | Haarspalterei

Ist B eine abelsche Gruppe, die in einer kurzen Sequenz abelscher Gruppen der Form

$$0 \to A \to B \to \mathbb{Z}^n \to 0$$

auftritt, so ist $B \cong A \oplus \mathbb{Z}^n$. Welche abelschen Gruppen B passen in eine kurze exakte Sequenz der Form $0 \to \mathbb{Z} \to B \to \mathbb{Z}/2 \to 0$?

Abgabefrist: 05.12.2017, 10:30 Uhr. Bitten werfen Sie Ihre Lösungen in Briefkasten 163 ein.