Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Peter Arndt

Wintersemester 2017
21.11.2017

Topologie I
Blatt 7

---

25 | Nadelöhr

Sei $E := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |y| \leq |x|\}$. Ist $\pi\colon E \to \mathbb{R}$, die Projektion auf die erste Koordinate, ein Faserbündel? Eine Faserung?

26 | Gedrängel

In jeder beliebigen Kategorie gilt:

Sind
$$\begin{tikzcd} A \arrow[r] \arrow[d] & B \arrow[d] \\ A' \arrow[r] & B' \end{tikzcd}$$
und
$$\begin{tikzcd} B \arrow[r] \arrow[d] & C \arrow[d] \\ B' \arrow[r] & C' \end{tikzcd}$$
Pushouts, ist auch
$$\begin{tikzcd} A \arrow[r] \arrow[d] & B \arrow[r] & C \arrow[d] \\ A' \arrow[r] & B' \arrow[r] & C' \end{tikzcd}$$
ein Pushout.

27 | Chamber of Lines II

Der **komplexe projektive Raum** $\mathbb{C}P^n$ lässt sich unter anderem als einer der folgenden beiden Quotientenräume konstruieren.

(a) Die Gruppe $\mathbb{C}^\times = (\mathbb{C}-0, \cdot)$ operiert durch Multiplikation auf $\mathbb{C}^{n+1}-0$.
Wir definieren $\mathbb{C}P^n := (\mathbb{C}^{n+1}-0)/\mathbb{C}^\times$.

(b) Die Gruppe $S^1 = (\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}, \cdot)$ operiert durch Multiplikation auf $S^{2n+1} \subset \mathbb{C}^{n+1}$.
Wir definieren $\mathbb{C}P^n := S^{2n+1}/S^1$.

Diese beiden Definitionen sind äquivalent. Als Menge lässt sich $\mathbb{C}P^n$ kanonisch mit der Menge der Ursprungsgeraden in $\mathbb{C}^{n+1}$ identifizieren. Als topologischer Raum ist $\mathbb{C}P^n$ kompakt und Hausdorff.

28 | Doppelbündel

Es gibt ein Faserbündel $S^n \twoheadrightarrow \mathbb{R}P^n$ mit Faser S^0 und ein Faserbündel $S^{2n+1} \twoheadrightarrow \mathbb{C}P^n$ mit Faser S^1.

$$\begin{tikzcd} S^0 \arrow[r] & S^n \arrow[d, two heads] \\ & \mathbb{R}P^n \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} S^1 \arrow[r] & S^{2n+1} \arrow[d, two heads] \\ & \mathbb{C}P^n \end{tikzcd}$$

Abgabefrist: 28.11.2017, 10:30 Uhr. Bitte werfen Sie Ihre Lösungen in Briefkasten 163 ein.