Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Peter Arndt

Wintersemester 2017
14.11.2017

Topologie I
Blatt 6

---

21 | Weg damit!

Ist $i\colon A \rightarrowtail X$ eine Kofaserung, und ist A zusammenziehbar, so ist die Projektion $X \to X/A$ eine Homotopieäquivalenz.

22 | Abbildungskegel

Der **Kegel** über einem Raum X ist der Quotientenraum $CX := (X \times I)/i_1(X)$. Dieser Kegel ist für jedes beliebige X zusammenziehbar und enthält X als Umgebungsdeformationsretrakt.

Der **Abbildungskegel** Cf einer Abbildung $f\colon X \to Y$ ist definiert als folgendes Pushout:

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r, "i_0"] \arrow[d, "f"'] & CX \arrow[d] \\ Y \arrow[r] & Cf \end{tikzcd}$$

Für eine Kofaserung $i\colon A \rightarrowtail X$ ist der Abbildungskegel Ci homotopieäquivalent zum Quotienten X/A. Wir bezeichnen den Abbildungskegel daher auch als **Homotopiequotienten**.

23 | Vielfasrig

Jede Faserung über einem wegzusammenhängenden Raum mit mindestens einer nicht-leeren Faser ist surjektiv.

24 | Chamber of Lines

Der **reelle projektive Raum** $\mathbb{R}P^n$ lässt sich als einer der folgenden beiden Quotientenräume konstruieren.

(a) Die Gruppe $\mathbb{R}^\times = (\mathbb{R}-0, \cdot)$ operiert durch Multiplikation auf $\mathbb{R}^{n+1}-0$.
Wir definieren $\mathbb{R}P^n := (\mathbb{R}^{n+1}-0)/\mathbb{R}^\times$.

(b) Die Gruppe $C_2 = (\pm 1, \cdot)$ operiert durch Multiplikation auf der Einheitssphäre $S^n \subset \mathbb{R}^{n+1}$.
Wir definieren $\mathbb{R}P^n := S^n/C_2$.

Diese beiden Definitionen sind äquivalent. Als Menge lässt sich $\mathbb{R}P^n$ kanonisch mit der Menge der Ursprungsgeraden in $\mathbb{R}^{n+1}$ identifizieren. Als Raum ist $\mathbb{R}P^n$ kompakt und hausdorffsch.

Abgabefrist: 21.11.2017, 10:30 Uhr. Bitten werfen Sie Ihre Lösungen in Briefkasten 163 ein.