Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Peter Arndt

Wintersemester 2017
10.10.2017

Topologie I
Blatt 1

---

1 | Halbgewalkt?

Seien f, g, h Morphismen in einer Kategorie mit $h \circ g = \mathrm{id}$ und $g \circ f = \mathrm{id}$. Ist g ein Isomorphismus? Seien allgemeiner f, g, h Morphismen derart, dass $h \circ g$ und $g \circ f$ Isomorphismen sind. Ist dann g ein Isomorphismus?

2 | Blähung

Seien X, Y und Z topologische Räume, $f\colon X \times Y \to Z$ eine stetige Abbildung, $L \subset Y$ eine kompakte und $O \subset Z$ eine offene Teilmenge. Dann existiert zu jedem Punkt $x \in X$ mit

$$f(x \times L) \subset O$$

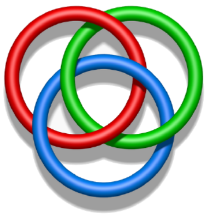
eine Umgebung U von x, sodass sogar $f(U \times L)$ ganz in O enthalten ist.

3 | Ringelkäse

Welche Fundamentalgruppe hat das Komplement von n disjunkten unverschlungenen und unverknoteten Kreisen in $\mathbb{R}^3$? Konkreter: Sei S^1 der Einheitskreis in $\mathbb{R}^2$. Welche Fundamentalgruppe hat das Komplement von $(S^1 \times \{0\}) \cup \cdots \cup (S^1 \times \{n\})$ in $\mathbb{R}^3$?

4 | Borromäische Ringkunst

Als **Borromäische Ringe** bezeichnet man die folgende Konfiguration dreier flexibler Ringe im dreidimensionalen Raum:



Offenbar sind die Ringe „ineinander verhakt" – es gibt keine Möglichkeit, auch nur einen einzigen der Ringe allein durch Verformungen und Verschiebungen von den übrigen Ringen zu trennen. Sobald man einen beliebigen Ring aus der Konfiguration entfernt, lassen sich die verbleibenden Ringe andererseits ganz leicht voneinander trennen.

Gibt es derartige Konfigurationen auch mit vier oder mehr Ringen?

Formal handelt es sich bei den Borromäischen Ringen um eine Verschlingung mit drei Komponenten, also um eine Einbettung $S^1 \sqcup S^1 \sqcup S^1 \hookrightarrow \mathbb{R}^3$. Auch für Experten besteht kein Anlass, in dieser Aufgabe die Welt der zahmen Verschlingungen zu verlassen.
