Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Peter Arndt

Sommersemester 2019
10.05.2019

Einführung in die Topologie
Blatt 6

---

21 | Gitter

Alle nicht-trivialen diskreten Untergruppen von $(\mathbb{R},+)$ sind isomorph zu $\mathbb{Z}$.

22 | Verzweigungen

Die zyklische Gruppe $C_n = \{\zeta \in \mathbb{C} \mid \zeta^n = 1\}$ operiert auf der Einheitsscheibe $D^2 = \{z \in \mathbb{C} \mid \|z\| \leqslant 1\}$ durch Multiplikation. Ist diese Operation transitiv? Ist sie frei? Der Bahnenraum D^2/C_n ist homöomorph zu D^2.

★ DSDS

Wessen stetige Operation einer topologischen Gruppe auf $\mathbb{R}^2$ hat die schönsten Bahnen?

23 | Bekannte

Die reelle projektive Gerade $\mathbb{R}P^1$ ist homöomorph zu S^1. Ihre komplexe Schwester $\mathbb{C}P^1$ ist homöomorph zu S^2.

24 | Fahnen

Sei $F(\mathbb{R}^n)$ der Raum der Fahnen in $\mathbb{R}^n$, also

$$F(\mathbb{R}^n) := \{\{0\} \subset V_1 \subset V_2 \subset \cdots \subset V_n = \mathbb{R}^n \mid V_i \text{ Untervektorraum der Dimension } i\},$$

aufgefasst als Unterraum von $G_1(\mathbb{R}^n) \times \cdots \times G_n(\mathbb{R}^n)$. Die Gruppe O(n) operiert auf natürliche Weise auf jeder der Grassmann-Mannigfaltigkeiten $G_i(\mathbb{R}^n)$ und somit auch auf ihrem Produkt. Diese Operation lässt sich einschränken zu einer Operation auf dem Fahnenraum. Ist diese Operation transitiv? Wie sehen die Stabilisatoren aus? Ist der Fahnenraum ein homogener $\mathrm{O}(n)$-Raum?

Abgabefrist: 17.05.2019, 08:30 Uhr