Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Peter Arndt

Sommersemester 2019
26.04.2019

Einführung in die Topologie
Blatt 4

---

13 | Platzmangel
Sei a_1, a_2, a_3, … eine Folge von Punkten in einem topologischen Raum X. Ein Punkt $x \in X$ heißt **Häufungspunkt** der Folge, falls jede Umgebung von x unendliche viele Folgenglieder enthält.

In kompakten Räumen besitzt jede Folge mindestens einen Häufungspunkt.

14 | Vollbremsung
Seien $N := \{1/n \mid n = 1, 2, 3, \dots\}$ und $N_0 := N \cup \{0\}$ Teilräume von $\mathbb{R}$. Dann ist N diskret und N_0 kompakt. Eine stetige Abbildung $a\colon N \to X$ in einen Hausdorff-Raum X besitzt höchstens eine Fortsetzung zu einer stetigen Abbildung $a_0\colon N_0 \to X$.

Man nennt $a_0(0)$ dann den **Grenzwert** von a.

15 | i-Tüpfel
Sei $f\colon X \to Y$ ein Abbildung zwischen kompakten Hausdorff-Räumen, die über einem Punkt $q \in Y$ eine einpunktige Faser $f^{-1}(\{q\}) = \{p\}$ besitzt. Eine solche Abbildung ist genau dann stetig, wenn ihre Einschränkung $X - \{p\} \to Y - \{q\}$ stetig und eigentlich ist.

16 | Relativ hausdorffsch
Eine stetige Abbildung $f\colon X \to Y$ heißt **separiert**, falls das Bild der Diagonalen

$$\Delta\colon X \to X \times_Y X$$

in $X \times_Y X$ abgeschlossen ist. Dies ist genau dann der Fall, wenn je zwei Punkte $x \neq x'$ mit $f(x) = f(x')$ disjunkte Umgebungen in X besitzen.

Die Fasern separierter Abbildungen sind hausdorffsch. Insbesondere ist $X \to *$ genau dann separiert, wenn X ein Hausdorff-Raum ist.

★ Speck
Das **Primspektrum** $\operatorname{Spec}(R)$ eines kommutativen Rings R mit Eins ist die Menge der Primideale von R, ausgestattet mit folgender Topologie:

Wir nennen ein Primideal $\mathfrak{p}$ Nullstelle eines Elementes $f \in R$, falls im Restklassenring $R/\mathfrak{p}$ gilt $f/\mathfrak{p} = 0$, falls also f in $\mathfrak{p}$ enthalten ist. Für $f \in R$ sei $N(f) \subset \operatorname{Spec}(R)$ die Menge aller Nullstellen von f. Für eine Teilmenge $S \subset R$ sei allgemeiner $N(S) := \bigcap_{f \in S} N(f)$. Als offene Mengen unserer Topologie nehmen wir alle Komplemente von Mengen der Form $N(S)$.

Abgabefrist: 03.05.2019, 08:30 Uhr