Heinrich-Heine-Universität
Jun.-Prof. Dr. Marcus Zibrowius
Dr. Peter Arndt

Sommersemester 2017
12.07.2017

Lineare Algebra I
Bonusblatt

---

1 | Eigenanteil

Sei $f \in \mathrm{End}_{\mathbb{F}_5}(\mathbb{F}_5^3)$ durch Multiplikation mit folgender Matrix gegeben. Welche Eigenwerte hat f? Ist f diagonalisierbar?

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2 | Schwindelwert

Sei V ein Vektorraum über K, und seien f, $g \in \mathrm{End}_K(V)$ zwei Endomorphismen.

(i) Die Eigenwerte ungleich Null von $f \circ g$ und $g \circ f$ stimmen stets überein.
(ii) Ist V endlich-dimensional, stimmen *alle* Eigenwerte von $f \circ g$ und $g \circ f$ überein.

Hingegen ist es für nicht-endlich-dimensionales V möglich, dass Null Eigenwert ist von $f \circ g$, aber nicht von $g \circ f$.

3 | Blockiert

Seien A und D zwei quadratische Matrizen, sagen wir $A \in \mathrm{Mat}_K(n \times n)$ und $D \in \mathrm{Mat}_K(m \times m)$, und sei $B \in \mathrm{Mat}_K(n \times m)$. Dann ist

$$\det \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & D \end{pmatrix} = \det(A) \cdot \det(D).$$

Hingegen gilt

$$\det \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \det(A) \cdot \det(D) - \det(B) \cdot \det(C)$$

selbst für quadratische Matrizen A, B, C, $D \in \mathrm{Mat}_K(n \times n)$ im Allgemeinen *nicht*.

4 | Vielkammersystem

Für Untervektorräume $E_1, \ldots, E_l$ eines Vektorraums V gilt:

$$V = \bigoplus_{i=1}^{l} E_i \quad \Leftrightarrow \quad \left(V = \sum_{i=1}^{l} E_i \;\text{ und }\; \underbrace{E_j \cap \Big(\sum_{i\colon i \neq j} E_i \Big) = \{\mathbf{0}\} \text{ für alle } j \in \{1, \ldots, l\}}_{*} \right)$$

Hierbei kann für $l > 2$ die Bedingung $(*)$ *nicht* ersetzt werden durch die einfachere Bedingung $E_i \cap E_j = \{\mathbf{0}\}$ für $i \neq j$.

Sie können Ihre mit Namen, Übungsgruppen- und ID-Nummer versehenen Lösungen bis zum 19.07.2017, 10:30 Uhr zur Korrektur in die Briefkästen auf Etage 25.22.00 einwerfen.