Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Marcus Zibrowius
Dr. Girish Kulkarni

Sommersemester 2022
19.05.2022

Lineare Algebra II
Blatt 7

1 | Millimeterarbeit II

Bestimmen Sie mit Hilfe des erweiterten euklidischen Algorithmus (Beweis zu Satz 13.13) zu den folgenden Paaren von Ringelementen a, b jeweils Ringelemente x, y, für die gilt: $xa + yb \sim \mathrm{ggT}(a, b)$.

(a) $17, 54 \in \mathbb{Z}$.
(b) $X^3 + X^2 + X + 1,\ X^3 + 1 \in \mathbb{R}[X]$

Einen größten gemeinsamen Teiler haben Sie jeweils bereits in Aufgabe 1 auf Blatt 5 berechnet.

2 | Begradigung

Bestimmen Sie charakteristisches Polynom, Minimalpolynom und eine Jordannormalform der folgenden Endomorphismen.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 11 & 6 & -4 & -4 \\ 22 & 15 & -8 & -9 \\ -3 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3 | Schweres Element

Zeigen Sie, dass das Polynom $X^n - 2$ in $\mathbb{Q}[X]$ für $n \geqslant 1$ irreduzibel ist.

4 | Hyperrotation

Sei $f\colon \mathbb{Q}^n \to \mathbb{Q}^n$ der bezüglich der Standardbasis durch folgende Matrix gegebene Endomorphismus ($n \geqslant 2$). Bestimmen Sie alle Unterräume von $\mathbb{Q}^n$, die f-stabil sind.

$$\begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 2 \\ 1 & & 0 & 0 \\ & \ddots & & \vdots \\ 0 & & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Tipp: Benutzen Sie die vorherige Aufgabe.

Abgabefrist: 30.05.2022, 10:15 Uhr.