Aufgabe 3

Nach unserem Rezept existieren für jede invertierbare Matrix $A \in Mat_n(K)$ endlich viele Elementarmatrizen $\underbrace{E_1, \ldots, E_r}_{\text{stets invertierbar und Inverse ist erneut Elementarmatrix}}$ mit

$$E_r \cdot \ldots \cdot E_1 \cdot A = I_n.$$

Somit erhalten wir

$$A = E_1^{-1} \cdot \ldots \cdot E_r^{-1}$$

nach Multiplikation mit den Inversen der Elementarmatrizen von links.

Aufgabe 4

Sei U ein Untervektorraum von K^n und sei $(u_1, \ldots, u_m)$ eine Basis von U. [redacted]

Wir erweitern $(u_1, \ldots, u_m)$ zu einer Basis $(u_1, \ldots, u_m, u_{m+1}, \ldots, u_n)$ von K^n und definieren die lineare Abbildung

$$\varphi : K^n \to K^n$$

durch die Zuordnung

[redacted]

$$u_i \mapsto \begin{cases} 0, & 1 \leq i \leq m \\ u_i, & m+1 \leq i \leq n \end{cases}$$

hier sollten die Studenten vermutlich etwas [redacted] ausführlicher sein

auf der Basis $(u_1, \ldots, u_n)$. Dann [redacted] ist U genau der Kern von φ, sodass U die Lösungsmenge des homogenen linearen Gleichungssystemes

$$A_\varphi \cdot v = 0$$

ist, wobei A_φ die Matrix zu φ bzgl. [redacted] der Standardbasis ist.