Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Marcus Zibrowius
M.Sc. Thor Wittich

Wintersemester 2021/22
01.11.2021

Lineare Algebra I
Blatt 3

Aufgabenstellung siehe Blatt 2

1 | Linkskringelnd

Eine Abbildung $f\colon A \to B$ mit nicht-leerem Definitionsbereich A ist genau dann injektiv, wenn sie ein Linksinverses besitzt, wenn es also eine Abbildung $A \leftarrow B : g$ gibt, für die gilt $g \circ f = \mathrm{id}_A$. Eine Abbildung ist surjektiv genau dann, wenn sie ein Rechtsinverses besitzt.

2 | Gleichmacherei

Untenstehend sind einige Relationen auf $\mathbb{Z}$ angegeben. Welche sind symmetrisch? Welche reflexiv? Welche transitiv? Welche sind Äquivalenzrelationen, und was sind in diesen Fällen die Äquivalenzklassen?

(a) $x \sim y :\Leftrightarrow xy \geqslant 0$
(b) $x \sim y :\Leftrightarrow xy > 0$
(c) $x \sim y :\Leftrightarrow x + y \geqslant 0$
(d) $x \sim y :\Leftrightarrow x^3 = y^3$
(e) $x \sim y :\Leftrightarrow (x-2)^2 = (y-2)^2$
(f) $x \sim y :\Leftrightarrow 5$ teilt $x - y$
(g) $x \sim y :\Leftrightarrow x$ teilt y

3 | Kleines 1 x 1 ★

Die Symmetriegruppe $S_\square$ eines Quadrats besteht aus vier Drehungen d_i um einen der Winkel $i \cdot \frac{\pi}{2}$ ($i \in \{0, \ldots, 3\}$) und vier Spiegelungen: s_x (Spiegelung an der x-Achse), s_y (Spiegelung an der y-Achse), s_d (Spiegelung an der Diagonalen) und s_n (Spiegelung an der Nebendiagonalen). Was ist jeweils die Verknüpfung zweier dieser Elemente in $S_\square$?

4 | Census I ★

Sei M eine endliche Menge mit n Elementen. Wie viele Relationen existieren auf M? Wie viele dieser Relationen sind symmetrisch, wie viele reflexiv? Wie viele Äquivalenzrelationen existieren auf M für $n \leqslant 4$?

Abgabefrist: 10.11.2021, 10:15 Uhr.