Mathematisches Institut SS 18
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

Übungen zu Algebraische Geometrie II

Blatt 6

Aufgabe 1. Sei $S \subset \mathbb{P}^3$ eine reguläre Hyperfläche vom Grad $d \geq 4$. Verifizieren Sie, dass S eine minimale Fläche ist, also keine (-1)-Kurven $E \subset S$ enthält.

Aufgabe 2. Sei S eine reguläre Fläche über einem Grundkörper k, und $\sigma : S \to S$ ein Automorphismus des Schemas, der auf $k = H^0(S, \mathscr{O}_S)$ nicht die Identität sein muss, etwa ein Galois-Automorphismus. Zeigen Sie, dass für jede (-1)-Kurve $E \subset S$ das Bild $E' = \sigma(E)$ ebenfalls eine (-1)-Kurve sein muss.

Aufgabe 3. Sei $S = \mathbb{P}(\mathscr{E})$ eine Hirzebruch-Fläche mit Invariante $e \geq 0$, also $\mathscr{E} = \mathscr{O}_{\mathbb{P}^1} \oplus \mathscr{O}_{\mathbb{P}^1}(e)$, und $C \subset S$ ein Schnitt mit $C^2 = e$. Konstruieren Sie eine Folgen von Aufblasungen

$$X = X_{e+1} \longrightarrow X_e \longrightarrow \ldots \longrightarrow X_0 = S$$

so, dass die strikt Transformierte $E \subset X$ von $C \subset S$ eine (-1)-Kurve geworden ist.

Aufgabe 4. Sei S eine reguläre Fläche, und $f : X = \mathrm{Bl}_z(S) \to S$ die Aufblasung eines abgeschlossenen Punktes $z \in S$. Beweisen Sie mit dem Satz über formale Funktionen, dass $R^1 f_* \mathscr{O}_X(n) = 0$ für alle $n \geq 0$.

Abgabe: Bis Freitag, den 1. Juni um 8:25 Uhr im Zettelkasten.