Mathematisches Institut SS 18
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

Übungen zu Algebraische Geometrie II

Blatt 5

Aufgabe 1. Sei S eine reguläre Fläche und $\mathscr{L}_i$ invertierbare Garben, welche eine Basis von $N(S)$ bilden, und $d = \det(\mathscr{L}_i \cdot \mathscr{L}_j)$ die Determinante der resultierenden Gram-Matrix. Verifizieren Sie, dass $d \neq 0$ bis auf Vorzeichen nicht von der Basiswahl abhängt und eine birationale Invariante von regulären Flächen ist.

Aufgabe 2. Sei Y eine reguläre Fläche. Zeigen Sie, dass es eine Folge von Aufblasungen $X \to Y$ gibt so, dass die dualisierende Garbe ω_X nicht semiampel ist.

Aufgabe 3. Sei $X \subset \mathbb{P}^3$ eine reguläre Hyperfläche. Beweisen Sie, dass X nicht birational zu einer Regelfläche $Y = \mathbb{P}(\mathscr{E})$ über einer regulären Kurve C vom Geschlecht $g \geq 1$ sein kann.

Aufgabe 4. Sei $S = \mathbb{P}(\mathscr{E})$ eine Hirzebruch-Fläche zu $\mathscr{E} = \mathscr{O}_{\mathbb{P}^1} \oplus \mathscr{O}_{\mathbb{P}^1}(e)$ mit Invariante $e > 0$, und $S \to X$ die Kontraktion des negative-definiten Schnitts $E \subset S$. Beweisen Sie mit dem Satz über formale Funktionen, dass

$$h^1(\mathscr{O}_Y) = h^1(\mathscr{O}_S) \quad \text{and} \quad h^2(\mathscr{O}_Y) = h^2(\mathscr{O}_S)$$

gilt.

Abgabe: Bis Freitag, den 25. Mai um 8:25 Uhr im Zettelkasten.