Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 18

Übungen zu Algebraische Geometrie II

Blatt 2

Aufgabe 1. Sei X eine projektive Fläche. Verifizieren Sie, dass $N(X)$ eine Basis hat, für welche die Gram-Matrix lauter strikt positive Einträge hat.

Aufgabe 2. Sei $f : X \to Y$ ein Morphismus zwischen eigentlichen Schemata. Zeigen Sie, dass die induzierte Abbildung

$$f^* : \mathrm{Pic}(Y) \longrightarrow \mathrm{Pic}(X), \quad \mathscr{L} \longmapsto f^*(\mathscr{L})$$

numerisch triviale Garben auf numerisch triviale Garben schickt und somit ein Homomorphismus $f^* : N(Y) \to N(X)$ induziert.

Aufgabe 3. Berechnen Sie für die Fläche $S = \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ die beiden Kegel

$$\mathrm{Amp}(S) \subset \mathrm{Nef}(S) \subset N(S)_{\mathbb{R}} = \mathbb{R}^{\oplus 2}.$$

Zeigen Sie weiterhin, dass es keine negativ-definiten Kurven $E \subset S$ gibt.

Aufgabe 4. Sei $f : X' \to X$ ein birationaler Morphismus zwischen eigentlichen integren Flächen. Seine $\mathscr{L}, \mathscr{N}$ zwei invertierbare Garben auf X, und $\mathscr{L}', \mathscr{N}'$ ihre Urbilder auf X'. Beweisen Sie mit der Leray–Serre Spektralsequenz die Gleichheit

$$(\mathscr{L} \cdot \mathscr{N}) = (\mathscr{L}' \cdot \mathscr{N}')$$

der Schnittzahlen.

Abgabe: Bis Freitag, den 4. Mai um 8:25 Uhr im Zettelkasten.