Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer
SS 18

Übungen zu Algebraische Geometrie II

Blatt 1

Aufgabe 1. Seien C_1 und C_2 zwei glatte integre Kurven mit $h^0(\mathscr{O}_{C_i}) = 1$ und $S = C_1 \times C_2$ die resultierende Fläche. Seien $\eta_i \in C_i$ die generischen Punkte. Zeigen Sie, dass das Faserprodukt

$$T = \mathrm{pr}_1^{-1}(\eta_1) \times_S \mathrm{pr}_2^{-1}(\eta_2)$$

das Spektrum eines Dedekind-Ringes ist, und skizzieren Sie den Unterraum $T \subset S$.

Aufgabe 2. (i) Sei B eine Kurve. Verifizieren Sie, dass jeder Morphismus $f : \mathbb{P}^2 \to B$ konstant ist.

(ii) Konstruieren Sie eine Fläche S, für die jeder Morphism $g : \mathbb{P}^1 \to S$ konstant ist.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass keine Kurve $C \subset \mathbb{P}^2$ kontrahierbar ist.

Aufgabe 4. Sei k ein Körper, $A = k[T_1, \ldots, T_n]$ ein Polynomring und $f \in R$ ein nicht-konstantes Polynom. Zu festem Exponenten $\nu \geq 0$ sei $R \subset A$ die von f sowie den

$$t_i = T_i - T_n^{\nu^i}, \quad 1 \leqslant i \leqslant n-1$$

erzeugte Unteralgebra. Beweisen Sie, dass für $\nu \gg 0$ die Ringerweiterung $R \subset A$ endlich ist.

Abgabe: Bis Freitag, den 20. April um 8:25 Uhr im Zettelkasten.

Zulassungsvoraussetzung zur mündlichen Prüfung: Viermaliges Vorrechnen in der Übungsgruppe.