Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer SS 16

Übungen zur Algebra

Blatt 10

Aufgabe 1. Konstruieren Sie Körpererweiterungen

$$\mathbb{F}_{11} \subset E \quad \text{und} \quad \mathbb{Q} \subset L$$

vom Grad $[E : \mathbb{F}_{11}] = 3$ sowie $[L : \mathbb{Q}] = 4$, indem Sie entsprechende irreduzible Polynome angeben.

Aufgabe 2. Sei $p > 0$ eine Primzahl und $K = \mathbb{F}_p$. Zeigen Sie, dass es eine Körpererweiterung $K \subset L$ vom Grad $[L : K] = 2$ gibt. Wieviele Elemente enthält L dann?

Aufgabe 3. Wir betrachten die komplexen Einheitswurzeln $\zeta_n = e^{2\pi i/n} \in \mathbb{C}$. Bestimmen Sie das Minimalpolyom $f_n \in \mathbb{Q}[T]$ von $\zeta_n \in \mathbb{C}$ sowie den Grad der Körpererweiterung

$$\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\zeta_n)$$

für $1 \leqslant n \leqslant 7$.

Aufgabe 4. Sei $K \subset L$ eine Körpererweiterung. Beweisen Sie, dass $K \subset L$ algebraisch ist genau dann, wenn jede K-Unteralgebra $A \subset L$ ein Körper ist.

Abgabe: Bis Donnerstag, den 23. Juni um 8:25 Uhr im Zettelkasten.