

Übungen zur Algebra

Blatt 3

Aufgabe 1. Sei $m, n > 0$ Ihre Matrikelnummer bzw. Ihr Geburtsjahr. Berechnen Sie mit dem euklidischen Algorithmus

$$g = \text{ggT}(m, n).$$

Bestimmen Sie weiterhin ganze Zahlen r, s mit $g = rm + sn$, sowie die Kongruenzklasse

$$[a]^{-1} \in (\mathbb{Z}/b\mathbb{Z})^\times,$$

wobei $a = m/g$ und $b = n/g$.

Aufgabe 2. Sei G eine zyklische Gruppe der Ordnung $\text{ord}(G) = 2300$. Für welche Zahlen $m, n \geq 1$ gilt $G = C_m \times C_n$?

Aufgabe 3. Berechnen Sie für $6 \leq n \leq 10$ die Ordnung der Gruppe

$$G = (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times.$$

Entscheiden Sie, ob diese Gruppe zyklisch ist, und finden Sie gegebenenfalls alle Erzeuger $a \in G$.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass in der Gruppe $G = \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ jede endliche Teilmenge in einer zyklischen Untergruppe enthalten ist.

Abgabe: Wegen Christi Himmelfahrt bis Mittwoch, den 4. Mai um 16:25 Uhr im Zettelkasten. Blatt 4 wird nicht in der Vorlesung ausgeteilt, sondern steht ab Mittwoch, den 4. Mai auf der Homepage zur Vorlesung zur Verfügung.