Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 12/13

Übungen zur Topologie I

Blatt 10

Aufgabe 1. Sei X der topologische Raum, der sich aus einem regulären 9-Eck durch Identifizierung von Kanten gemäß des Wortes

$$aabaabaab$$

ergibt. Berechnen sie die Homologiegruppen $H_p(X)$, $p \geq 0$. Ist der Raum X eine 2-Mannigfaltigkeit?

Aufgabe 2. Seien a/b und a'/b zwei gekürzte Brüche, und

$$L = L_b(1, a) \quad \text{und} \quad L' = L_b(1, a')$$

die zugehörigen 3-dimensionalen Linsenräume. Verifizieren Sie, dass L und L' homöomorph sind falls $a' \equiv \pm a$ oder $a' \equiv a^{\pm 1}$ modulo b.

Aufgabe 3. Sei G eine abelsche Gruppe, $n \geq 1$ eine ganze Zahl, und $X = M(G, n)$ der entsprechende Moore-Raum. Berechnen Sie

$$H_p(X, R) \quad \text{und} \quad H^p(X, R)$$

bezüglich eines beliebigen Koeffizientenringes R.

Aufgabe 4. Sei $P = \prod_{i=1}^{\infty} C_{m_i}$ das Produkt von unendlich vielen endlichen zyklischen Gruppen C_{m_i}, und $n \geq 2$ eine ganze Zahl. Beweisen Sie, dass es einen CW-Komplex X mit der Eigenschaft

$$H^n(X, \mathbb{Z}) = P$$

gibt.

Abgabe: Bis Montag, den 07.01.2013 um 8:30 Uhr in den Zettelkästen.

Frohe Weihnachten und guten Rutsch!