Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 12/13

Übungen zur Topologie I

Blatt 9

Aufgabe 1. Die sog. *Narrenkappe* X entsteht aus einem Dreieck, indem die Seiten gemäß des Flächenworts aaa^{-1} identifiziert werden (vgl. Blatt 2, Aufgabe 4). Fassen Sie dies als CW-Komplex

$$X = e^0 \cup e^1 \cup e^2$$

auf, und verifizieren Sie $H_p(X) = 0$ für alle $p > 0$.

Aufgabe 2. Sei X ein CW-Komplex mit f-Vektor von der Form

$$f = (f_0, 0, f_2, 0, f_4, 0, \ldots).$$

Berechnen Sie die Homologiegruppen $H_p(X, R)$ und Kohomologiegruppen $H^p(X, R)$ mit beliebigen Koeffizienten R.

Aufgabe 3. Sei X ein endlicher CW-Komplex. Zeigen Sie, dass

$$\sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \dim_{\mathbb{Q}} H_i(X, \mathbb{Q}) = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \dim_{\mathbb{F}_p} H_i(X, \mathbb{F}_p)$$

für alle Primzahlen $p > 0$.

Aufgabe 4. Sei X ein n-dimensionaler CW-Komplex und $c \in H_n(X)$. Beweisen Sie, dass durch Anheftung einer gewissen $(n+1)$-Zelle ein CW-Komplex $Y = X \cup e^{n+1}$ entsteht mit

$$H_p(Y) = \begin{cases} H_p(X) & \text{wenn } p \neq n; \\ H_n(X)/\mathbb{Z}c & \text{wenn } p = n. \end{cases}$$

Abgabe: Bis Montag, den 17.12.2012 um 8:30 Uhr in den Zettelkästen.