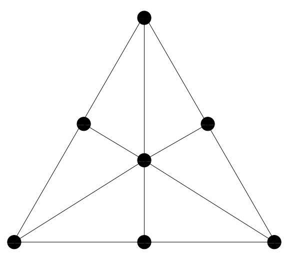
Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 12/13

Übungen zur Topologie I

Blatt 5

Aufgabe 1. Verifizieren Sie, dass die baryzentrische Unterteilung des Standard-p-Simplexes $\Delta^p \subset \mathbb{R}^{p+1}$ genau $(p+1)!$ singuläre p-Simplizes liefert.



Aufgabe 2. Sei $0 \to A^\bullet \to B^\bullet \to C^\bullet \to 0$ eine kurze exakte Sequenz von Komplexen. In der Vorlesung konstruierten wir die lange Kohomologiesequenz

$$\ldots \longrightarrow H^{p-1}(C^\bullet) \longrightarrow H^p(A^\bullet) \longrightarrow H^p(B^\bullet) \longrightarrow H^p(C^\bullet) \longrightarrow H^{p+1}(A^\bullet) \longrightarrow \ldots$$

und verifizerten, dass es sich um einen Komplex handelt. Zeigen Sie nun, dass dieser Komplex exakt ist.

Aufgabe 3. Sei X ein topologischer Raum. In der Vorlesung wurde benutzt, dass eine natürliche Homotopie

$$s_p : S_p(X) \longrightarrow S_{p+1}(X), \quad p \geq 0$$

zwischen der Identität $\mathrm{id} : S_\bullet(X) \to S_\bullet(X)$ und der baryzentrischen Unterteilung $\beta : S_\bullet(X) \to S_\bullet(X)$ wie im Beweis zur Homotopieinvarianz konstruiert werden kann. Führen Sie dazu die Details aus.

Aufgabe 4. Sei $\mathbb{C}P^\infty$ der topologische Raum aller Geraden

$$L \subset \bigoplus_{i=0}^{\infty} \mathbb{C}.$$

Berechnen Sie mit dem Satz von Milnor die Kohomologiegruppen $H^p(\mathbb{C}P^\infty, R)$, $p \geq 0$.

Abgabe: Bis Montag, den 19.11.2012 um 8:30 Uhr in den Zettelkästen.