Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 12/13

Übungen zur Topologie I

Blatt 4

Aufgabe 1. Sei X ein topologischer Raum und $n \geq 0$. Drücken Sie die Kohomologiegruppen $H^p(X \times S^n, R)$ durch die Kohomologiegruppen von $H^q(X, R)$ aus.

Aufgabe 2. Die *Suspension* SX eines topologischen Raumes X entsteht aus $X \times I$, indem die Teilmengen $X \times \{0\}$ und $X \times \{1\}$ zu Punkten identifiziert werden. Drücken Sie die Kohomologiegruppen $H^p(SX, R)$ der Suspension durch die Kohomologiegruppen $H^q(X, R)$ aus.

Aufgabe 3. Sei X ein topologischer Raum mit nur endlich vielen Punkten und R ein noetherscher Ring. Zeigen Sie, dass die Kohomologiegruppen $H^p(X, R)$, $p \geq 0$ eindlich erzeugte R-Moduln sind, welche fast alle verschwinden.

Aufgabe 4. Wir fassen den Einheitskreis $S^1 \subset \mathbb{C}$ als Unterraum der komplexen Zahlenebene auf. Sei n eine ganze Zahl. Zeigen Sie mit Mayer–Vietoris-Sequenzen, dass der von

$$f : S^1 \longrightarrow S^1, \quad z \longmapsto z^n$$

induzierte Endomorphismus auf $H^1(S^1, R)$ die Multiplikation mit n ist.

Abgabe: Bis Montag, den 12.11.2012 um 8:30 Uhr in den Zettelkästen.