Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 12/13

Übungen zur Topologie I

Blatt 3

Aufgabe 1. Finden Sie zwei Komplexe $M^\bullet$, $N^\bullet$ zusammen mit einen Morphismus $f : M^\bullet \to N^\bullet$ so, dass die induzierten Abbildungen

$$H^p(f) : H^p(M^\bullet) \longrightarrow H^p(N^\bullet)$$

auf allen Kohomologiegruppen bijektiv sind, der Morphismus f jedoch keine Homotopieäquivalenz ist.

Aufgabe 2. (i) Seien $M^\bullet$, $N^\bullet$ zwei Komplexe. Verifizieren Sie, dass die Homotopierelation auf $\mathrm{Hom}(M^\bullet, N^\bullet)$ eine Äquivalenzrelation ist.

(ii) Seien X, Y zwei Räume. Zeigen Sie ebenfalls, dass die Homotopierelation auf $\mathrm{Hom}(X, Y)$ eine Äquivalenzrelation ist.

Aufgabe 3. (i) Sei $r \geq 0$ eine natürliche Zahlen, und $X \subset \mathrm{Mat}_n(\mathbb{R})$ die Teilmenge aller Matrizen vom Rang $\leqslant r$. Was sind die Kohomologiegruppen $H^p(X, R)$, $p \geq 0$?

(ii) Sei $Y = \mathrm{O}_n(\mathbb{R})$ die Teilmenge aller orthogonalen Matrizen. Bestimmen Sie die Kohomologiegruppe $H^0(Y, R)$.

Aufgabe 4. Sei Y ein topologischer Raum, und

$$X = \mathrm{Hom}(I, Y)$$

die Menge aller Wege $w : I \to Y$, versehen mit der kompakt-offen-Topologie. Beweisen Sie, dass die Abbildung

$$f : X \longrightarrow Y, \quad w \longmapsto w(0)$$

eine Homotopieäquivalenz ist.

Abgabe: Bis Montag, den 05.11.2012 um 8:30 Uhr in den Zettelkästen.