Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 12

Übungen zur Algebraischen Geometrie II

Blatt 9

Aufgabe 1. In der Vorlesung wurde erwähnt, dass ein topologischer Raum X genau dann quasikompakt ist, wenn für jeden topologischen Raum T die Projektion $\mathrm{pr}_2 : X \times T \to T$ abgeschlossen ist. Wieso lässt sich daraus nicht schließen, dass für ein quasikompaktes k-Schema S der Strukturmorphismus $S \to \mathrm{Spec}(k)$ universell abgeschlossen ist?

Aufgabe 2. Sei C eine irreduzible eigentliche algebraische Kurve. Verifizieren Sie, dass jede offenen Teilmenge $U \subsetneqq C$ affin ist.

Aufgabe 3. Sei $R \to A$ ein endlicher Ringhomomorphismus. Argumentieren Sie mit dem Bewertungskriterium, dass $\mathrm{Spec}(A) \to \mathrm{Spec}(R)$ universell abgeschlossen und somit eigentlich ist.

Aufgabe 4. Sei R ein noetherscher Grundring, X ein eigentliches R-Schema, und $\mathcal{L}$ eine invertierbare Garbe auf X. Beweisen Sie, dass $\mathcal{L}$ ampel ist genau dann, wenn für jede kohärente Garbe $\mathcal{F}$ auf X die getwistete Garbe $\mathcal{F} \otimes \mathcal{L}^{\otimes t}$ für $t \gg 0$ global erzeugt ist.

Abgabe: Bis Montag, den 18.06.2012 um 8:15 Uhr in den Zettelkästen.