Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 12

Übungen zur Algebraischen Geometrie II

Blatt 6

Aufgabe 1. Geben Sie Beispiele für Morphismus von Schemata $f : X \to \mathbb{P}^1_{\mathbb{C}}$, welche quasikompakt aber nicht lokal vom endlichen Typ sind, sowie welche die lokal vom endlichen Typ aber nicht quasikompakt sind.

Aufgabe 2. Sei X ein topologischer Raum, Y eine abgeschlossene Teilmenge, und $\iota : Y \to X$ die Inklusionsabbildung. Rekapitulieren Sie, dass

$$H^i(Y, \mathcal{F}) = H^i(X, \iota_*(\mathcal{F}))$$

für jedes $i \geq 0$ und jede abelsche Garbe $\mathcal{F}$ auf Y gilt.

Aufgabe 3. Sei X ein projektives R-Schema, $\mathcal{O}_X(1)$ eine sehr ample Garbe, $Y \subset X$ eine abgeschlossenen Teilmenge, und $x_1, \ldots, x_r \in X \smallsetminus Y$ endlich viele Punkte. Zeigen Sie, dass es ein $d \geq 0$ und ein $f \in \Gamma(X, \mathcal{O}_X(d))$ mit

$$x_1, \ldots, x_r \in X_f \quad \text{und} \quad Y \subset X \smallsetminus X_f$$

gibt. Veranschaulichen Sie diese Tatsache mit einer Zeichnung.

Aufgabe 4. Sei R ein noetherscher Ring und X ein projektives R-Schema. Beweisen Sie, dass es eine endlich erzeugte $\mathbb{Z}$-Unteralgebra $R' \subset R$ und ein projektives R'-Schema X' gibt mit

$$X \simeq X' \otimes_{R'} R.$$

Abgabe: Bis Montag, den 21.05.2012 um 8:15 Uhr in den Zettelkästen.