Prof. Dr. Stefan Schröer
Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

SS 12

# Übungen zur Algebraischen Geometrie II

## Blatt 5

**Aufgabe 1.** Konstruieren Sie eine kohärente Garbe $\mathcal{F}$ auf $\mathbb{P}^n$, deren Hilbert-Polynom

$$P_{\mathcal{F}}(t) = c_m \binom{m+t}{m} + \ldots + c_0 \binom{0+t}{0}$$

einen Koeffizienten $c_i < 0$ hat.

**Aufgabe 2.** Sei

$$0 \longrightarrow \mathcal{F}' \longrightarrow \mathcal{F} \longrightarrow \mathcal{F}'' \longrightarrow 0$$

eine kurze exakte Sequenz von kohärenten Garben auf $\mathbb{P}^n$. Drücken Sie $\deg(\mathcal{F})$ durch $\deg(\mathcal{F}')$ und $\deg(\mathcal{F}'')$ aus.

**Aufgabe 3.** Sei $R$ ein noetherscher Grundring, und $\mathcal{F}$ eine kohärente Garbe auf $\mathbb{P}^n$. Beweisen Sie, dass

$$\mathcal{F} \simeq \widetilde{M}$$

für einen endlich erzeugten graduierten Modul $M$ über $S = R[T_0, \ldots, T_n]$.

**Aufgabe 4.** Sei $\mathcal{F}$ eine kohärente Garbe auf $X = \mathbb{P}^n$. Beweisen Sie, dass die Menge der *assoziierten Punkte*

$$\operatorname{Ass}(\mathcal{F}) = \{x \in \mathbb{P}^n \mid \text{es gibt eine } \mathcal{O}_{X,x}\text{-lineare Inklusion } \kappa(x) \subset \mathcal{F}_x\}$$

endlich ist.

**Abgabe:** Bis Montag, den 14.05.2012 um 8:15 Uhr in den Zettelkästen.