Prof. Dr. Stefan Schröer
Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

SS 12

Übungen zur Algebraischen Geometrie II

Blatt 4

Aufgabe 1. Sei $\mathcal{F}$ eine kohärente Garbe auf einem noetherschen Schema X. Verifizieren Sie, dass $\mathcal{F}$ global erzeugt ist genau dann, wenn es eine Surjektion

$$\bigoplus_{i=1}^{r} \mathcal{O}_X \longrightarrow \mathcal{F}$$

für ein gewisses $r \geq 0$ gibt.

Aufgabe 2. Sei k ein Grundkörper und $D \subset \mathbb{P}^n$ ein effektiver Cartier-Divisor. Angenommen, $n \geq 2$. Zeigen Sie, dass D zusammenhängend sein muss, indem Sie $H^0(D, \mathcal{O}_D)$ mittels einer langen exakten Sequenz berechnen.

Aufgabe 3. Sei R ein noetherscher Grundring und $n \geq 2$. Zeigen Sie, dass jede kurze exakte Sequenz

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}^n}(a) \longrightarrow \mathcal{E} \longrightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}^n}(b) \longrightarrow 0$$

spaltet, indem sie gewisse lange exakte Kohomologiesequenz betrachten. Gilt die Aussage auch für $n = 0$ oder $n = 1$?

Aufgabe 4. Sei R ein noetherscher Grundring. Beweisen Sie, dass jede quasikohärente Garbe $\mathcal{F}$ auf $\mathbb{P}^n$ die Vereinigung ihrer kohärenten Untergarben $\mathcal{F}_\alpha \subset \mathcal{F}$, $\alpha \in I$ ist.

Abgabe: Bis Montag, den 07.05.2012 um 8:15 Uhr in den Zettelkästen.