Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 11/12

# Übungen zur Algebraischen Geometrie I

## Blatt 13

**Aufgabe 1.** Sei $C$ eine reguläre Kurve, $\mathcal{L}$ eine invertierbare Garbe, und $x \in C$ ein abgeschlossener Punkt. Beweisen Sie, dass $x \in \mathrm{Bs}(\mathcal{L})$ gilt genau dann, wenn die kanonische Inklusion

$$H^0(C, \mathcal{L}(-x)) \subset H^0(C, \mathcal{L})$$

eine Gleichheit ist.

**Aufgabe 2.** Sei $C$ eine reguläre Kurve mit $h^0(\mathcal{O}_D) = 1$, und $\mathcal{L}$ eine invertierbare Garbe, und $D \subset C$ ein effektiver Cartier-Divisor mit $h^0(\mathcal{O}_D) = 2$. Zeigen Sie, dass die Restriktionsabbildung

$$H^0(C, \mathcal{L}) \longrightarrow H^0(D, \mathcal{L}_D)$$

surjektiv ist, falls $\deg(\mathcal{L}) \geq 2g + 1$.

**Aufgabe 3.** Sei $C$ eine reduzible Kurve. Zeigen Sie, dass es invertierbare Garbe $\mathcal{L}$ mit Grad $\deg(\mathcal{L}) > 0$ gibt so, dass der Basisort

$$\mathrm{Bs}(\mathcal{L}) = \big\{x \in C \mid s(x) = 0 \text{ für alle } s \in H^0(C, \mathcal{L})\big\}$$

nichtleer ist für alle $t \geq 0$.

**Aufgabe 4.** Sei $\mathcal{L}$ eine invertierbare Garbe auf einem noetherschen Schema $X$. Zeigen Sie, dass es ein $n \geq 0$ gibt so, dass

$$\mathrm{Bs}(\mathcal{L}^{\otimes n}) = \bigcap_{t \geq 0} \mathrm{Bs}(\mathcal{L}^{\otimes t})$$

für die Basisorte gilt.

**Abgabe:** Bis Montag, den 30.01.2012 um 8:15 Uhr in den Zettelkästen.