Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 11/12

Übungen zur Algebraischen Geometrie I

Blatt 12

Aufgabe 1. Sei X ein topologischer Raum. Verifizieren Sie die Äquivalenz der folgenden Bedingungen:

(i) X ist irreduzibel

(ii) Jede nichtleere offenen Teilmenge $U \subset X$ ist dicht.

(iii) Ist $X = A \cup B$ eine Vereinigung von abgeschlossenen Teilmengen, so ist $X = A$ oder $X = B$.

Aufgabe 2. Sei X ein topologischer Raum. Zeigen Sie mit dem Zornschen Lemma, dass jede irreduzible Teilmenge $A \subset X$ in einer irreduziblen Komponente von X enthalten ist.

Aufgabe 3. Sei $\mathcal{E}$ eine lokal freier Garbe auf einer Kurve C. Zeigen Sie, dass es invertierbare Garbe $\mathcal{L}$ und $\mathcal{N}$ gibt mit

$$H^1(C, \mathcal{E} \otimes \mathcal{L}) = 0 \quad \text{und} \quad H^0(C, \mathcal{E} \otimes \mathcal{N}) = 0.$$

Aufgabe 4. Sein X ein Schema. Beweisen Sie, dass die Punkte $x \in X$ den irreduziblen abgeschlossenen Teilmengen $A \subset X$ bijektiv entsprechen, vermöge der Zuordnung

$$A = \overline{\{x\}}.$$

Abgabe: Bis Montag, den 23.01.2012 um 8:15 Uhr in den Zettelkästen.