Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 11/12

Übungen zur Algebraischen Geometrie I

Blatt 7

Aufgabe 1. Sei X ein noethersches Schema. Verifizieren Sie, dass jedes Unterschema von X ebenfalls noethersch ist.

Aufgabe 2. Sei k ein Körper und X, Y zwei noethersche k-Schemata. Muss dann auch das Faserprodukt $X \times_{\mathrm{Spec}(k)} Y$ noethersch sein?

Aufgabe 3. Sei k ein Körper. Zeigen Sie, dass es abelsche Garben $\mathcal{F}$ auf $X = \mathbb{A}^1_k$ mit

$$H^1(X, \mathcal{F}) \neq 0$$

geben muss.

Aufgabe 4. Sei $f : X \to Y$ ein Morphismus von Schemata. Angenommen, X ist noethersch, und für jede affine offene Teilmenge $V \subset Y$ ist das Urbild $f^{-1}(V) \subset X$ wieder affin. Beweisen Sie, dass für jede kurze exakte Sequenz

$$0 \longrightarrow \mathcal{F}' \longrightarrow \mathcal{F} \longrightarrow \mathcal{F}'' \longrightarrow 0$$

von quasikohärenten Garben auf X die Sequenz der Bildgarben

$$0 \longrightarrow f_*(\mathcal{F}') \longrightarrow f_*(\mathcal{F}) \longrightarrow f_*(\mathcal{F}'') \longrightarrow 0$$

ebenfalls exakt ist. Gilt diese Aussage auch ohne die Voraussetzung an die $f^{-1}(V)$?

Abgabe: Bis Montag, den 05.12.2011 um 8:15 Uhr in den Zettelkästen.