Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 11/12

Übungen zur Algebraischen Geometrie I

Blatt 6

Aufgabe 1. Sei $X = \mathrm{Spec}(R)$ das Spektrum eines integren Rings, und G eine abstrakte Gruppe. Verifizieren Sie, dass die Garbe G_X der lokal konstanten Abbildungen $U \to G$ azyklisch ist.

Aufgabe 2. Sei X ein geringter Raum, und $0 \to \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_3 \to 0$ eine kurze exakte Sequenz von $\mathcal{O}_X$-Moduln. Für welche von den drei Zerlegungen

$$\{1,2,3\} = \{i,j\} \cup \{k\}$$

gilt die Implikation:

$$\mathcal{F}_i \text{ und } \mathcal{F}_j \text{ azyklisch} \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{F}_k \text{ azyklisch}$$

Aufgabe 3. Sei k ein Körper, und $X \subset \mathbb{P}^1_k$ ein abgeschlossenes Unterschema, dessen zugrundeliegender Raum aus zwei abgeschlossenen Punkten $a, b \in \mathbb{P}^1_k$ besteht. Zeigen Sie, dass für das zugehörige quasikohärente Ideal $\mathcal{I} \subset \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1_k}$ gilt:

$$H^1(\mathbb{P}^1_k, \mathcal{I}) \neq 0.$$

Aufgabe 4. Sei X ein topologischer Raum, $Y \subset X$ eine abgeschlossene Teilmenge, und $\mathcal{F}$ ein abelsche Garbe auf Y. Beweisen sie mittels welker Auflösungen, dass

$$H^n(Y, \mathcal{F}) = H^n(X, i_*(\mathcal{F})), \quad n \geq 0$$

gilt, wobei $i : Y \to X$ die Inklusionsabbildung ist.

Abgabe: Bis Montag, den 28.11.2011 um 8:15 Uhr in den Zettelkästen.