Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 11/12

Übungen zur Algebraischen Geometrie I

Blatt 1

Aufgabe 1. Sei $(X, \mathcal{O}_X)$ ein Schema und $U \subset X$ eine offene Teilmenge. Verifiziern Sie, dass der geringte Raum $(U, \mathcal{O}_X|_U)$ ein Schema ist.

Aufgabe 2. Sei $\mathcal{F}$ eine mengenwertige Garbe auf einem topologischen Raum X, und

$$s, t \in \Gamma(U, \mathcal{F})$$

zwei lokale Schnitte. Angenommen, es gilt $s_x = t_x$ im Halm $\mathcal{F}_x$ für alle Punkte $x \in U$. Folgern Sie, dass dann $s = t$.

Aufgabe 3. Sei k ein Körper. Bestimmen Sie die Mengen

$$\mathrm{Hom}(\mathbb{A}^1_k, \mathbb{A}^n_k) \quad \text{und} \quad \mathrm{Hom}(\mathbb{P}^1_k, \mathbb{A}^n_k)$$

aller k-Morphismen des affinen 1-Raumes bzw. des projektiven 1-Raumes in den affinen n-Raum.

Aufgabe 4. Sei k ein Körper, und $(X_i, \mathcal{O}_{X_i})$, $i = 1, 2$ zwei Kopien des affinen 1-Raumes $\mathbb{A}^1_k$. Sei $U_i \subset X_i$ das Komplement des Nullpunkts $0 \in \mathbb{A}^1_k$. Die *affine Gerade mit verdoppeltem Nullpunkt* ist die Verklebung

$$(X, \mathcal{O}_X) = (X_1, \mathcal{O}_{X_1}) \cup (X_2, \mathcal{O}_{X_2})$$

bezüglich der Identität $(U_1, \mathcal{O}_{U_1}) \to (U_2, \mathcal{O}_{U_2})$. Skizzieren Sie den zugrundeliegenden Raum und weisen Sie nach, dass das Schema $(X, \mathcal{O}_X)$ nicht affin ist.

Abgabe: Bis Montag, den 24.10.2011 um 8:15 Uhr in den Zettelkästen.