Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
A. Knoch / Prof. Dr. S. Schröer

WS 10/11
20.10.2010
Blatt 1

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Aufgabe 1: Werfen Sie 30 mal hintereinander einen Würfel und notieren Sie in Form einer Urliste jeweils die geworfene Augenzahl.

a) Erstellen Sie aus dieser Urliste eine Strichliste und eine Häufigkeitstabelle für die Häufigkeiten der Augenzahlen 1 bis 6.

b) Zeichnen Sie zu Ihrer Strichliste ein Stabdiagramm.

Hinweis: Sie können die Tabelle auf der Rückseite verwenden.

Aufgabe 2: Werfen Sie 50 mal hintereinander gleichzeitig zwei beliebige Münzen (mit Seiten "Wappen" und "Zahl") und notieren Sie in Form einer Urliste jeweils, wie oft "Zahl" aufgetreten ist; also keinmal (0), einmal (1) oder zweimal (2).

a) Erstellen Sie aus dieser Urliste eine Strichliste und eine Häufigkeitstabelle.

b) Zeichnen Sie ein Stabdiagramm.

c) Berechnen Sie die relative Häufigkeit für das Auftreten von "Zahl".

Hinweis: Sie können die Tabelle auf der Rückseite verwenden.

Aufgabe 3: Für einen Versuch, bei dem nur männliche Versuchstiere mit einem Alter von höchstens 12 Wochen verwendet werden können, wurden 80 Versuchstiere zur Verfügung gestellt. Eine erste Bestandsaufnahme zeigt, dass 7 Tiere weiblich sind und 11 Tiere für den Versuch aus Altersgründen nicht verwendet werden können. 64 Tiere sind für den Versuch geeignet.

a) Wie viele Versuchstiere können aus beiden Ausschlussgründen nicht verwendet werden?

b) Wieviele altersmäßig geeignete Tiere sind weiblich?

c) Wieviele männliche Tiere können aus Altersgründen nicht verwendet werden?

d) Wie hoch ist der relative Anteil der für den Versuch geeigneten Tiere?

Abgabe: Mittwoch, 27.10.2010 vor der Übung
Besprechung: Mittwoch, 27.10.2010 ab 8:15 Uhr in der Übung

Hinweis:
Die **Klausur** findet am Mittwoch, den 2.2.2011, 9-11 Uhr in den Hörsälen 5E und 5F statt. Termine für die Nachklausuren werden noch bekanntgegeben.

zu Aufgabe 1) Name:.................

Urliste

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Augenzahl	Strichliste	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
1			
2			
3			
4			
5			
6			
	Summe:		

zu Aufgabe 2)

Urliste

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Auftreten von "Zahl"	Strichliste	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
0			
1			
2			
	Summe:		

Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Andreas Knoch / Prof. Dr. S. Schröer

WS 10/11
27.10.2010
Blatt 2

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Aufgabe 4: Eine Gruppe von Bewerbern wird nach drei Kriterien A_1, A_2, A_3 beurteilt. Der relative Anteil der Bewerber, welche eines oder mehrere der Kriterien erfüllen, wurde wie folgt ermittelt:

$$A_1 : 50\% \qquad A_2 : 20\% \qquad A_3 : 50\%$$
$$A_1 \text{ und } A_2 : 10\% \qquad A_1 \text{ und } A_3 : 30\% \qquad A_2 \text{ und } A_3 : 10\%$$
$$A_1 \text{ und } A_2 \text{ und } A_3 : 5\%$$

Lässt sich aus diesen Angaben der Anteil der Bewerber mit den folgenden Eigenschaften ermitteln?

a) Eines der Kriterien A_1 oder A_3 ist erfüllt.

b) Mindestens eines der drei Kriterien ist erfüllt.

c) Weder A_1 noch A_2 ist erfüllt.

Aufgabe 5: Eine faire Münze mit den Seiten ,,Wappen" und ,,Zahl" wird zweimal geworfen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

a) genau zweimal ,,Wappen" fällt.

b) genau einmal ,,Wappen" fällt.

c) im ersten Wurf ,,Wappen" und im zweiten Wurf ,,Zahl" fällt.

Aufgabe 6: In einem Stall befinden sich 100 Mäuse. Davon haben 75 ein graues Fell, alle Übrigen sind weiß. 40 der Mäuse sind Männchen und 38 Männchen haben ein graues Fell. Es wird nun zufällig eine Maus entnommen. Berechnen Sie unter der Annahme der Laplace-Verteilung die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

a) ein Weibchen gezogen wird.

b) ein Männchen mit grauem Fell gezogen wird.

c) kein Weibchen mit weißem Fell gezogen wird.

d) ein Weibchen mit grauem oder ein Männchen mit weißem Fell gezogen wird.

Abgabe: Mittwoch, 3.11.2010 vor der Übung
Besprechung: Mittwoch, 3.11.2010 ab 8:15 Uhr in der Übung

Hinweise (Achtung: Terminverschiebung!):
Die **Klausur** findet am Mittwoch, den 2.2.2011, 9:00-11:00 Uhr in den Hörsälen 5E und 5F statt.
Die **1. Nachklausur** findet am Donnerstag, den 3.3.2011, 9:00-11:00 Uhr in Hörsaal 5A statt.
Die **2. Nachklausur** findet am Donnerstag, den 31.3.2011, 9:00-11:00 Uhr in Hörsaal 5E statt.

Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Andreas Knoch / Prof. Dr. S. Schröer

WS 10/11
3.11.2010
Blatt 3

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Aufgabe 7:

a) Während einer Saison spielt von den 18 Fussballvereinen der Bundesliga jeder gegen jeden, wobei jeweils 2-mal gespielt wird (Heim- und Auswärtsspiele). Wieviele Begegnungen gibt es im Laufe der Saison?

b) An einer Feier nehmen n Personen teil. Jeder stösst mit jedem mit einem Sektglas an. Wie häufig wird angestossen?

Aufgabe 8: Ein neues Präparat soll hinsichtlich seiner Wirksamkeit bei einer speziellen Erkrankung untersucht werden. Dazu wird es n=10 erkrankten Versuchstieren verabreicht. Falls sich bei 8 oder mehr dieser Tiere ein Heilerfolg einstellt, wird das Präparat weiter untersucht, andernfalls wird die Arbeit mit dem Präparat zunächst eingestellt. Bestimmen Sie unter der Annahme, dass die Heilerfolgswahrscheinlichkeit des neuen Präparates bei 0.5 liegt, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau r Versuchstiere ($r = 0, 1, \ldots, 10$) geheilt werden. Bestimmen Sie ferner die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Präparat weiter untersucht wird.
Hinweis: Stellen Sie sich eine Urne vor, in der sich zwei Kugeln mit den Zahlen 0 und 1 befinden. $1 \widehat{=}$ „geheilt", $0 \widehat{=}$ „nicht geheilt". Aus dieser Urne wird jetzt zehn mal mit Zurücklegen gezogen. Die Anzahl der Heilerfolge entspricht dann der Anzahl der gezogenen Einsen.

Aufgabe 9: Bei einem Volleyballturnier mit 16 Mannschaften zu je 6 Spielern wird von jeder Mannschaft ein Spielführer gewählt. Wieviele Möglichkeiten gibt es,

a) die Spielführer zu wählen?

b) dass in keiner Mannschaft der älteste Spieler gewählt wird?

c) dass in genau einer Mannschaft der älteste Spieler gewählt wird?

d) dass in mindestens zwei Mannschaften der älteste Spieler gewählt wird?

Abgabe: Mittwoch, 10.11.2010 vor der Übung
Besprechung: Mittwoch, 10.11.2010 ab 8:15 Uhr in der Übung

Hinweise (Achtung: Terminverschiebung!):
Die **Klausur** findet am Mittwoch, den 2.2.2011, 9:00-11:00 Uhr in den Hörsälen 5E und 5F statt.
Die **1. Nachklausur** findet am Donnerstag, den 3.3.2011, 9:00-11:00 Uhr in Hörsaal 5A statt.
Die **2. Nachklausur** findet am Donnerstag, den 31.3.2011, 9:00-11:00 Uhr in Hörsaal 5E statt.

Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Andreas Knoch / Prof. Dr. S. Schröer

WS 10/11
10.11.2010
Blatt 4

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Aufgabe 10: Betrachten Sie die Situation des Zahlenlottos "6 aus 49", bei dem aus einer Urne mit 49 durchnummerierten Kugeln 6 mal ohne Zurücklegen gezogen wird.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle gezogenen Kugeln eine gerade Nummer tragen.

Aufgabe 11: Aus einer Urne mit N Kugeln, von denen R Kugeln rot und S Kugeln schwarz sind ($R+S=N$), werden n Kugeln nacheinander zufällig mit Zurücklegen gezogen. A_i bezeichne das Ereignis, dass "die i-te gezogene Kugel rot ist" ($i = 1, \ldots, n$). Bestimmen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:

a) $P(A_1)$ und $P(A_2)$.
b) $P(A_1 \cap A_2)$ und $P(A_1 \cap A_2^C)$.

Aufgabe 12: Eine faire Münze wird zweimal geworfen. Betrachten Sie die folgenden Ereignisse:

$$\begin{aligned} A &\hat{=} \text{"Beim ersten Wurf fällt Zahl"} \\ B &\hat{=} \text{"Beim zweiten Wurf fällt Zahl"} \\ C &\hat{=} \text{"Einmal fällt Zahl und einmal Wappen"} \end{aligned}$$

a) Sind die Ereignisse A, B und C paarweise unabhängig?
b) Sind die Ereignisse A, B und C unabhängig?

Abgabe: Mittwoch, 17.11.2010 vor der Übung
Besprechung: Mittwoch, 17.11.2010 ab 8:15 Uhr in der Übung

Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Andreas Knoch / Prof. Dr. S. Schröer

WS 10/11
17.11.2010
Blatt 5

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Aufgabe 13: Hefezellen einer bestimmten Art erzeugen unabhängig voneinander keine, eine bzw. zwei neue Hefezellen mit den Wahrscheinlichkeiten 0.1, 0.5 bzw. 0.4. Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass von einer Hefezelle der ersten Generation in der dritten Generation genau i Nachkommen ($i = 0, \ldots, 4$) vorhanden sind ?
Hinweis: Bezeichnen Sie mit B_j das Ereignis "j Nachkommen in der zweiten Generation" für $j = 0, 1, 2$ und mit A_i das Ereignis "i Nachkommen in der dritten Generation" . Dann sind die Wahrscheinlichkeiten $P(B_j)$ wie oben gegeben. Benutzen Sie zur Berechnung von $P(A_i)$ die folgende Tabelle unter Verwendung des Satzes von der totalen Wahrscheinlichkeit.

	$P(B_j)$	$P(A_0 \mid B_j)$	$P(A_1 \mid B_j)$	$P(A_2 \mid B_j)$	$P(A_3 \mid B_j)$	$P(A_4 \mid B_j)$
$j = 0$						
$j = 1$						
$j = 2$						
i		0	1	2	3	4
$P(A_i)$						

Aufgabe 14: (Wer wird Millionär)
Bei der Spielshow "Wer wird Millionär" muss der Kandidat die richtige Antwort aus vier vorgegebenen Möglichkeiten auswählen. Wir nehmen nun an, dass er eine falsche Antwort ausschliesen kann. Aus diesem Grunde entscheidet er sich für den Einsatz des sog. 50 : 50–Jokers, bei dem 2 der 3 falschen Antworten gelöscht werden. Es bleiben somit eine richtige und eine falsche Antwort zur Auswahl übrig. Wenn die ursprünglich ausgeschlossene Antwort verbleibt, ist klar wie der Kandidat sich entscheiden wird. Wenn er keine der beiden auschließen kann, ist unser Kandidat risikofreudig und wird sich zufällig für eine Antwort entscheiden.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit einer richtigen Antwort des Kandidaten.
Anleitung: Bedingen Sie nach den Ereignissen A_j "es bleiben j falsche Antworten übrig, die der Kandidat ausschließen kann" für $j = 0, 1$.

– bitte wenden –

Aufgabe 15: Eine Rinderherde wird von einem Virus befallen. 80% der Rinder sind gegen dieses Virus geimpft. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein nicht geeimpftes Tier erkrankt, sei 0,85. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein geeimpftes Tier erkrankt, sei 0,1. Bezeichnen Sie mit

A das Ereignis "das Rind ist erkrankt" und mit
B das Ereignis "das Rind ist geeimpft"

a) Benutzen Sie die obigen Angaben zur Festlegung der Wahrscheinlichkeiten $P(B)$ und $P(B^c)$, der bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(A \mid B^c)$ und $P(A^c \mid B^c)$, sowie der bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(A \mid B)$ und $P(A^c \mid B)$.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein erkranktes Tier geimpft ist.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein gesundes Tier nicht geimpft ist.

Abgabe: Mittwoch, 24.11.2010 vor der Übung
Besprechung: Mittwoch, 24.11.2010 ab 8:15 Uhr in der Übung

<u>**Hinweise**</u>:
Übungsblätter und weitere Informationen zur Vorlesung finden Sie online unter

http://www.math.uni-duesseldorf.de/~schroeer/10_ws_pharmazeuten/pharmazeuten.html

Sprechstunden

Name	Sprechstunde	Raum
Prof. Dr. Stefan Schröer	Mittwoch, 10-11 Uhr ct	25.13.03.37
Andreas Knoch	Donnerstag, 13.30-14.30 Uhr	25.13.01.33
Lina Wedrich	Donnerstag, 12.30-13.30 Uhr	25.13.U1.31

Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Andreas Knoch / Prof. Dr. S. Schröer

WS 10/11
24.11.2010
Blatt 6

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Aufgabe 16:

Mitarbeiterstruktur der Firma I:

	männlich	weiblich
Arbeiter	15	5
Angestellte	60	20

Mitarbeiterstruktur der Firma II:

	männlich	weiblich
Arbeiter	10	20
Angestellte	50	20

Jede der beiden Firmen verlost einen Preis. Man betrachte die beiden Ereignisse:

A : ein/e Arbeiter/in gewinnt den Preis,
B : eine Frau gewinnt den Preis.

Die Verlosung finde statt, indem in jeder Firma für jede/n Mitarbeiter/in ein Los in eine Urne gelegt wird. Aus diesen Urnen wird dann der/die Gewinner/in gezogen. Berechnen Sie für jede der beiden Firmen die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

a) $P(A)$ und $P(B)$.
b) $P(A \cap B)$ und $P(A|B)$.

Aufgabe 17: Ein fairer Würfel wird so lange geworfen, bis zum zweiten Mal eine 6 fällt. X bezeichne die Anzahl der hierfür notwendigen Würfe. Zeigen Sie, dass für die Verteilung von X gilt:

$$P_X(\{k\}) = P(\{X = k\}) = (k-1)\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^{k-2} \text{ für } k \geq 2.$$

Aufgabe 18: Eine Familie möchte fünf Kinder haben, darunter sollen jedoch höchstens drei Söhne sein (d.h. nach der Geburt von drei Söhnen wollen sie keine weiteren Kinder mehr bekommen). Die Zufallsvariable X bezeichne die Anzahl der Kinder dieser Familie, wobei die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Jungen bzw. eines Mädchens jeweils 0,5 betrage. Bestimmen Sie die Verteilung von X, d.h. geben Sie $P(\{X = k\})$ für $k = 3, 4, 5$ an.

Abgabe: Mittwoch, 1.12.2010 vor der Übung
Besprechung: Mittwoch, 1.12.2010 ab 8:15 Uhr in der Übung

Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Andreas Knoch / Prof. Dr. S. Schröer

WS 10/11
1.12.2010
Blatt 7

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Aufgabe 19:

a) Berechnen Sie den Erwartungswert $\mathbb{E}[X]$ und die Varianz $Var(X)$ der Zufallsvariablen X aus Aufgabe 18.

b) In Aufgabe 8 bezeichne die Zufallsvariable X die Anzahl der geheilten Tiere. Geben Sie den Erwartungswert $\mathbb{E}[X]$ und die Varianz $Var(X)$ an.

Aufgabe 20: X und Y seien reelle Zufallsvariable, deren Verteilung durch folgende Tabelle gegeben ist:

$P(X = i, Y = j)$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
$j = 0$	$2/10$	$1/10$	$1/10$
$j = 2$	0	$5/10$	$1/10$

a) Bestimmen Sie die Verteilung von X und Y.

b) Berechnen Sie $\mathbb{E}[X]$, $\mathbb{E}[Y]$, $Var(X)$ und $Var(Y)$.

c) Berechnen Sie $Cov(X, Y)$. Sind X und Y unabhängige Zufallsvariable?

Aufgabe 21: Wenn man eine Zelle einer bestimmten Art radioaktiver Strahlung aussetzt, stirbt sie mit Wahrscheinlichkeit $1/2$, sie überlebt ohne sich zu teilen mit Wahrscheinlichkeit $1/3$ und sie teilt sich mit Wahrscheinlichkeit $1/6$. Es werden $n = 9000$ Zellen bestrahlt. Gehen Sie davon aus, dass die Zellen unabhängig reagieren.
Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Zufallsvariablen

$$Y_n = \sum_{i=1}^{n} X_i \quad \text{(Anzahl der vorhandenen lebenden Zellen nach Bestrahlung)},$$

wobei $X_i = \begin{cases} 0 & & \text{stirbt} \\ 1 & \text{falls die i-te Zelle} & \text{überlebt ohne Teilung.} \\ 2 & & \text{sich teilt} \end{cases}$

Abgabe: Mittwoch, 8.12.2010 vor der Übung
Besprechung: Mittwoch, 8.12.2010 ab 8:15 Uhr in der Übung

Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Andreas Knoch / Prof. Dr. S. Schröer

WS 10/11
8.12.2010
Blatt 8

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Aufgabe 22: Betrachten Sie die Situation der Bestrahlung von $n = 9000$ Zellen aus Aufgabe 21.
Schätzen Sie mit Hilfe der Tchebycheffschen Ungleichung die Wahrscheinlichkeit dafür ab, dass nach der Bestrahlung höchstens 5500 oder mindestens 6500 lebende Zellen vorhanden sind.

Aufgabe 23: Bei einer Saatgutprobe keimen die Körner unabhängig voneinander mit der Wahrscheinlichkeit 0,6. Die Stichprobe enthalte 3000 Körner. Die Zufallsvariable X bezeichne die Anzahl der gekeimten Körner.

a) Bestimmen Sie Verteilung, Erwartungswert und Varianz von X.
b) Ermitteln Sie mittels der Tchebycheff-Ungleichung eine untere Schranke für die Wahrscheinlichkeit $P(1750 < X < 1850)$.

Aufgabe 24: Gegeben seien unabhängige, $B_{1,p}$-verteilte Zufallsvariable $X_1, \ldots, X_{180}$.

a) Bestimmen Sie für den Fall $p = 1/8$ die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen $X := \sum_{i=1}^{180} X_i$ an den Stellen 15 und 24, d.h. berechnen Sie $P(X \leq x)$ für $x = 15$ und $x = 24$.
b) Sei nun $p = 1/6$. Bestimmen Sie $P(25 < \sum_{i=1}^{180} X_i \leq 35)$.

Hinweis: Die Tabelle für Wahrscheinlichkeiten der $B_{180,p}$-Binomialverteilung finden Sie auf der Rückseite.

Abgabe: Mittwoch, 15.12.2010 vor der Übung
Besprechung: Mittwoch, 15.12.2010 ab 8:15 Uhr in der Übung

B(n,p)-Verteilungen

Tabelle der Werte $\sum_{k=r}^{n} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

n	r	$p=0.09$	$p=0.10$	$p=0.11$	$p=0.12$	$p=1/8$	$p=0.13$	$p=0.14$	$p=0.15$	$p=0.16$	$p=1/6$
180	2	1.00000									
	3	0.99999	1.00000								
	4	0.99995	0.99999	1.00000							
	5	0.99978	0.99995	0.99999	1.00000						
	6	0.99918	0.99981	0.99996	0.99999	1.00000	1.00000				
	7	0.99746	0.99933	0.99984	0.99996	0.99998	0.99999	1.00000			
	8	0.99322	0.99802	0.99947	0.99987	0.99993	0.99997	0.99999	1.00000		
	9	0.98416	0.99488	0.99848	0.99958	0.99979	0.99989	0.99997	0.99999		
	10	0.96703	0.98820	0.99615	0.99884	0.99938	0.99968	0.99992	0.99998	1.00000	1.00000
	11	0.93807	0.97550	0.99122	0.99712	0.99840	0.99913	0.99975	0.99994	0.99998	0.99999
	12	0.89380	0.95370	0.98181	0.99349	0.99623	0.99786	0.99935	0.99982	0.99995	0.99998
	13	0.83213	0.91959	0.96542	0.98652	0.99186	0.99519	0.99842	0.99952	0.99986	0.99994
	14	0.75331	0.87060	0.93926	0.97423	0.98379	0.99003	0.99646	0.99883	0.99964	0.99984
	15	0.66033	0.80568	0.90067	0.95424	0.97004	0.98083	0.99265	0.99740	0.99915	0.99961
	16	0.55856	0.72585	0.84790	0.92407	0.94831	0.96563	0.98579	0.99460	0.99810	0.99909
	17	0.45476	0.63437	0.78064	0.88165	0.91629	0.94220	0.97427	0.98949	0.99604	0.99802
	18	0.35572	0.53632	0.70044	0.82585	0.87217	0.90842	0.95618	0.98081	0.99226	0.99596
	19	0.26703	0.43767	0.61068	0.75693	0.81508	0.86272	0.92952	0.96693	0.98574	0.99222
	20	0.19223	0.34421	0.51609	0.67681	0.74555	0.80450	0.89252	0.94605	0.97515	0.98584
	21	0.13268	0.26061	0.42198	0.58886	0.66559	0.73446	0.84402	0.91638	0.95892	0.97558
	22	0.08781	0.18984	0.33336	0.49748	0.57856	0.65472	0.78387	0.87650	0.93536	0.95993
	23	0.05574	0.13301	0.25419	0.40743	0.48870	0.56861	0.71310	0.82563	0.90292	0.93732
	24	0.03395	0.08963	0.18698	0.32307	0.40051	0.48022	0.63396	0.76396	0.86048	0.90626
	25	0.01985	0.05810	0.13264	0.24781	0.31810	0.39381	0.54968	0.69277	0.80759	0.86562
	26	0.01115	0.03624	0.09072	0.18378	0.24464	0.31325	0.46407	0.61437	0.74473	0.81490
	27	0.00602	0.02176	0.05984	0.13172	0.18208	0.24148	0.38099	0.53190	0.67336	0.75442
	28	0.00313	0.01258	0.03807	0.09123	0.13110	0.18032	0.30385	0.44889	0.59581	0.68543
	29	0.00156	0.00701	0.02337	0.06106	0.09130	0.13038	0.23522	0.36884	0.51510	0.61004
	30	0.00075	0.00377	0.01385	0.03950	0.06151	0.09127	0.17667	0.29480	0.43453	0.53101
	31	0.00035	0.00195	0.00792	0.02470	0.04008	0.06185	0.12870	0.22904	0.35727	0.45145
	32	0.00016	0.00098	0.00438	0.01494	0.02527	0.04058	0.09090	0.17288	0.28607	0.37445
	33	0.00007	0.00047	0.00234	0.00874	0.01542	0.02578	0.06226	0.12674	0.22293	0.30275
	34	0.00003	0.00022	0.00121	0.00494	0.00911	0.01586	0.04135	0.09022	0.16898	0.23844
	35	0.00001	0.00010	0.00060	0.00271	0.00521	0.00946	0.02663	0.06235	0.12456	0.18283
	36	0.00000	0.00004	0.00029	0.00144	0.00289	0.00546	0.01663	0.04184	0.08926	0.13643
	37		0.00002	0.00014	0.00074	0.00155	0.00306	0.01008	0.02726	0.06218	0.09906
	38		0.00001	0.00006	0.00037	0.00081	0.00166	0.00592	0.01725	0.04210	0.06997
	39		0.00000	0.00003	0.00018	0.00041	0.00087	0.00338	0.01060	0.02771	0.04807
	40			0.00001	0.00008	0.00020	0.00045	0.00187	0.00633	0.01773	0.03213
	41			0.00000	0.00004	0.00009	0.00022	0.00101	0.00367	0.01103	0.02089
	42				0.00002	0.00004	0.00011	0.00053	0.00207	0.00667	0.01321
	43				0.00001	0.00002	0.00005	0.00027	0.00113	0.00393	0.00813
	44				0.00000	0.00001	0.00002	0.00013	0.00060	0.00225	0.00487
	45					0.00000	0.00001	0.00006	0.00031	0.00125	0.00284
	46						0.00000	0.00003	0.00016	0.00068	0.00161
	47							0.00001	0.00008	0.00036	0.00089
	48							0.00001	0.00004	0.00018	0.00048
	49							0.00000	0.00002	0.00009	0.00025
	50								0.00001	0.00004	0.00013
	51								0.00000	0.00002	0.00006
	52									0.00001	0.00003
	53									0.00000	0.00001
	54										0.00001
	55										0.00000

Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Andreas Knoch / Prof. Dr. S. Schröer

WS 10/11
15.12.2010
Blatt 9

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Aufgabe 25: Sei X eine normal-$\mathcal{N}(1,4)$-verteilte Zufallsvariable mit Erwartungswert $\mathbb{E}[X] = 1$ und Varianz $Var(X) = 4$. Bestimmen Sie $P(X \leq -1)$ und $P(X \geq 0.45)$.

Aufgabe 26: Zu Beginn dieses Semesters (vgl. Aufgabe 1) haben Sie die Ergebnisse von 30 Würfelwürfen in einer Urliste notiert. Fasst man diese 30 Ergebnisse jeweils zu 15 aufeinanderfolgenden Paaren zusammen, so ergaben sich bei 42 Teilnehmern insgesamt 630 Paare. Unter diesen 630 Ergebnissen trat das Ereignis 'Pasch' 88 mal auf.
In der Saalübung haben Sie Würfelwürfe simuliert. Bei dieser Simulation ergaben sich insgesamt 899 Paare. Hierbei trat das Ereignis 'Pasch' 83 mal auf.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p_0, dass beim zweimaligen Wurf eines fairen Würfels das Ereignis 'Pasch' auftritt.
b) Es seien $X_1, X_2, ...$ unabhängige $B(1, p_0)$-verteilte Zufallsvariable. Ermitteln Sie mit Hilfe der Normalapproximation ohne Stetigkeitskorrektur näherungsweise die Wahrscheinlichkeit $P(\sum_{i=1}^{899} X_i \leq 83)$.
c) Bestimmen Sie mittels Normalapproximation ohne Stetigkeitskorrektur einen Wert $x_{0.05}$, so dass die Wahrscheinlichkeit $P(\sum_{i=1}^{630} X_i \leq x_{0.05})$ näherungsweise gleich 0.05 ist.

Aufgabe 27: Bestimmen Sie in der Situation von Aufgabe 24 b) ($n = 180, p = 1/6$) die Wahrscheinlichkeit $P(25 < \sum_{i=1}^{180} X_i \leq 35)$ näherungsweise mittels Normalapproximation mit und ohne Stetigkeitskorrektur und vergleichen Sie diese Werte mit dem exakten Wert.

Hinweis: Die Tabelle für Wahrscheinlichkeiten der Standard-Normalverteilung finden Sie auf der Rückseite.

Abgabe: Mittwoch, 22.12.2010 vor der Übung
Besprechung: Mittwoch, 22.12.2010 ab 8:15 Uhr in der Übung

Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Andreas Knoch / Prof. Dr. S. Schröer

WS 10/11
22.12.2010
Blatt 10

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Aufgabe 28: Von einem Medikament wurde in der Vergangenheit angenommen, dass die Wahrscheinlichkeit p für das Auftreten einer speziellen Unverträglichkeit höchstens $0,22$ ist. Nunmehr wurde die Vermutung geäußert, dass diese Wahrscheinlichkeit höher liegt. Der Hersteller des Medikaments möchte diese Vermutung widerlegen und die ursprüngliche Annahme signifikant nachweisen. Es soll nun also die Hypothese (Nullhypothese) $H_0 : p \geq 0,22$ gegen die Gegenhypothese (Alternative) $H_1 : p < 0,22$ zum Niveau $\alpha = 0,05$ getestet werden. Dazu werden $n = 24$ Patienten nach der Einnahme des Medikamentes befragt, ob die Unverträglichkeit aufgetreten ist.

a) Geben Sie die genaue Testvorschrift und die effektive Irrtumswahrscheinlichkeit an. Begründen Sie die Berechnung des kritischen Wertes c durch Angabe der entsprechenden Tabellenwerte.
b) Welche Entscheidung ist zu treffen, wenn bei 8 Patienten die Unverträglichkeit beobachtet wird?

Hinweis: Benutzen Sie die beigefügte Tabelle auf der Rückseite.

Aufgabe 29: (Macht entschlossener Minderheiten)
An einer Wahl zwischen den beiden Kandidaten A und B nehmen 1.000.000 Wähler teil. 2000 Wähler unterwerfen sich der Parteidisziplin und stimmen geschlossen für Kandidat A. Die übrigen 998.000 Wähler sind mehr oder weniger unentschlossen und treffen ihre Entscheidung unabhängig voneinander durch Werfen einer Münze. Bestimmen Sie mittels einer Normalapproximation (ohne Stetigkeitskorrektur) die Wahrscheinlichkeit für einen Sieg von Kandidat A.

-bitte wenden-

Auszug aus einer Tabelle der $B(n,p)$-Verteilung

(Angegeben sind jeweils die Werte von $\sum_{i=r}^{n} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$)

n	r	$p=0.17$	$p=0.18$	$p=0.19$	$p=0.20$	$p=0.21$	$p=0.22$	$p=0.23$	$p=0.24$	$p=0.25$
24	0	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
	1	0.98857	0.99146	0.99364	0.99528	0.99651	0.99743	0.99811	0.99862	0.99900
	2	0.93241	0.94646	0.95782	0.96694	0.97423	0.98002	0.98459	0.98817	0.99097
	3	0.80012	0.83286	0.86119	0.88548	0.90613	0.92355	0.93812	0.95022	0.96020
	4	0.60142	0.65000	0.69498	0.73614	0.77338	0.80674	0.83633	0.86233	0.88498
	5	0.38776	0.43927	0.49030	0.54012	0.58812	0.63378	0.67670	0.71662	0.75335
	6	0.21271	0.25423	0.29825	0.34411	0.39113	0.43864	0.48599	0.53257	0.57784
	7	0.09918	0.12561	0.15560	0.18893	0.22531	0.26435	0.30559	0.34851	0.39259
	8	0.03938	0.05301	0.06955	0.08917	0.11196	0.13794	0.16703	0.19906	0.23380
	9	0.01335	0.01914	0.02666	0.03617	0.04794	0.06218	0.07908	0.09876	0.12132
	10	0.00388	0.00593	0.00878	0.01262	0.01768	0.02419	0.03237	0.04246	0.05466
	11	0.00097	0.00158	0.00248	0.00379	0.00562	0.00812	0.01145	0.01579	0.02134
	12	0.00021	0.00036	0.00060	0.00098	0.00154	0.00235	0.00349	0.00507	0.00720
	13	0.00004	0.00007	0.00013	0.00022	0.00036	0.00058	0.00092	0.00140	0.00209
	14	0.00001	0.00001	0.00002	0.00004	0.00007	0.00012	0.00021	0.00033	0.00052
	15	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00002	0.00004	0.00007	0.00011
	16				0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00002
	17							0.00000	0.00000	0.00000
25	0	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
	1	0.99052	0.99300	0.99485	0.99622	0.99724	0.99799	0.99855	0.99895	0.99925
	2	0.94196	0.95456	0.96462	0.97261	0.97891	0.98385	0.98770	0.99068	0.99298
	3	0.82261	0.85331	0.87955	0.90177	0.92043	0.93597	0.94880	0.95933	0.96789
	4	0.63520	0.68292	0.72656	0.76601	0.80126	0.83244	0.85974	0.88342	0.90379
	5	0.42408	0.47720	0.52919	0.57933	0.62702	0.67183	0.71342	0.75159	0.78626
	6	0.24247	0.28754	0.33474	0.38331	0.43250	0.48157	0.52985	0.57674	0.62172
	7	0.11848	0.14876	0.18270	0.21996	0.26013	0.30269	0.34708	0.39269	0.43890
	8	0.04954	0.06608	0.08590	0.10912	0.13577	0.16575	0.19890	0.23493	0.27349
	9	0.01778	0.02524	0.03481	0.04677	0.06138	0.07885	0.09930	0.12283	0.14944
	10	0.00549	0.00831	0.01217	0.01733	0.02404	0.03255	0.04311	0.05597	0.07133
	11	0.00146	0.00236	0.00368	0.00555	0.00815	0.01165	0.01626	0.02219	0.02967
	12	0.00034	0.00058	0.00096	0.00154	0.00239	0.00362	0.00532	0.00764	0.01073
	13	0.00007	0.00012	0.00022	0.00037	0.00061	0.00097	0.00151	0.00228	0.00337
	14	0.00001	0.00002	0.00004	0.00008	0.00013	0.00023	0.00037	0.00059	0.00092
	15	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00003	0.00004	0.00008	0.00013	0.00021
	16			0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00002	0.00004
	17						0.00000	0.00000	0.00000	0.00001
	18									0.00000

Abgabe: Mittwoch, 12.1.2011 vor der Übung
Besprechung: Mittwoch, 12.1.2011 ab 8:15 Uhr in der Übung

Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Andreas Knoch / Prof. Dr. S. Schröer

WS 10/11
12.1.2011
Blatt 11

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Aufgabe 30: (Macht entschlossener Minderheiten)
An einer Wahl zwischen den beiden Kandidaten A und B nehmen 1.000.000 Wähler teil. 2000 Wähler unterwerfen sich der Parteidisziplin und stimmen geschlossen für Kandidat A. Die übrigen 998.000 Wähler sind mehr oder weniger unentschlossen und treffen ihre Entscheidung unabhängig voneinander durch Werfen einer Münze. Bestimmen Sie mittels einer Normalapproximation (ohne Stetigkeitskorrektur) die Wahrscheinlichkeit für einen Sieg von Kandidat A.

Aufgabe 31: (Wiederholung)
In einer Stadt seien $\frac{1}{12}$ aller Männer und $\frac{1}{288}$ aller Frauen farbenblind. Das Verhältnis Mann zu Frau betrage 1 : 1. Es wird eine zufällige Person ausgewählt.

(a) Bezeichnen Sie mit A das Ereignis, dass die ausgewählte Person männlich ist, und mit B das Ereignis, dass die ausgewählte Person farbenblind ist. Demnach ist A^c das Ereignis, dass die ausgewählte Person weiblich ist. Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(A)$, $P(A^c)$, $P(B|A^c)$ und $P(B|A)$ aus den Angaben aus dem obigen Text an.
(b) Berechnen Sie $P(B^c|A^c)$ und $P(A \cap B)$.
(c) Wie groß ist die totale Wahrscheinlichkeit dafür, dass die ausgewählte Person farbenblind ist?
(d) Die ausgewählte Person sei farbenblind. Wie groß ist dann die bedingte Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person männlich ist?

Aufgabe 32: (Wiederholung)
In einer Urne befinden sich $n_1 \geq 3$ rote und $n_2 \geq 1$ blaue Kugeln. Es werden drei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Geben Sie ein passendes Wahrscheinlichkeitsmodell (Ω, P) an und berechnen Sie damit die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

a) $A_1 :=$ 'Es wird erst eine blaue und dann eine rote Kugel gezogen.'
b) $A_2 :=$ 'Alle gezogenen Kugeln sind rot.'
c) $A_3 :=$ 'Die ersten beiden Kugeln sind verschiedenfarbig.'
d) $B_k :=$ 'Die k-te gezogene Kugel ist rot.' $(k = 1, 2, 3)$

Abgabe: Mittwoch, 19.1.2011 vor der Übung
Besprechung: Mittwoch, 19.1.2011 ab 8:15 Uhr in der Übung