Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 2010/11

Einführung in die Algebraische Geometrie

Blatt 7

Aufgabe 1. Für welche komplexe Zahlen $A, B \in \mathbb{C}$ ist die durch die Gleichung

$$Y^2 = X^3 + AX + B$$

definierte Kurve $E \subset \mathbb{A}^2(\mathbb{C})$ glatt?

Aufgabe 2. Sei $C \subset \mathbb{A}^2(\mathbb{C})$ eine Kurve. Zeigen Sie, dass C als Teilmenge von $\mathbb{C}^2$ nicht beschränkt, also bezüglich der klassischen Topologie nicht kompakt ist.

Aufgabe 3. Sei T ein nichtleerer noetherscher topologischer Raum. Zeigen Sie, dass es endlich viele offene disjunkte zusammenhängende nichtleere Teilmengen $T_1, \ldots, T_n \subset T$ gibt mit $T = T_1 \cup \ldots \cup T_n$.

Aufgabe 4. Seien k, k' zwei algebraisch abgeschlossene Körper, sowie

$$C \subset \mathbb{A}^2(k) \quad \text{und} \quad C' \subset \mathbb{A}^2(k')$$

zwei irreduzible Kurven. Zeigen Sie, dass es genau dann einen Homöomorphismus $f : C \to C'$ gibt, wenn $\operatorname{Card}(k) = \operatorname{Card}(k')$ gilt. (Tip: irreduzible Kurven tragen die Topologie der endlichen Komplemente.)

Abgabe: Bis Freitag, den 03.12. um 9:00 Uhr in den Zettelkästen.