Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 2010

Algebra

Blatt 7

Aufgabe 1. Sei R ein faktorieller Ring und $K = \{a/b \mid a, b \in R \text{ und } b \neq 0\}$ der Körper der Brüche. Sei

$$f = X^n + a_{n-1}X^{n-1} + \ldots + a_0 \in R[X]$$

ein normiertes Polynom. Rechnen Sie nach, dass jede Wurzel $a/b \in K$ von f bereits in R liegt.

Aufgabe 2. Sei R ein faktorieller Ring, der kein Körper ist. Verifizieren Sie, dass der faktorielle Ring $R[X]$ kein Hauptidealring ist.

Aufgabe 3. Sei k ein Körper. Zeigen Sie, dass der Ring $A = k[[X]]$ aller formalen Potenzreihen

$$f = \sum_{n=0}^{\infty} a_i X^i, \qquad a_i \in k$$

euklidisch ist, und bestimmen Sie die Einheitengruppe $A^\times$.

Aufgabe 4. Sei R ein euklidischer Ring. Beweisen Sie, dass auch der Ring $A = R[[X]][X^{-1}]$ der *formalen Laurent-Reihen*

$$f = \sum_{i=n}^{\infty} a_i X^i, \qquad n \in \mathbb{Z} \text{ und } a_i \in R$$

euklidisch ist.

Abgabe: Bis Mittwoch, den 2.6. um 9:00 Uhr in den Zettelkästen.