Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 2010

Algebra

Blatt 2

Aufgabe 1. Geben Sie die Linksnebenklassen von $\mu_4(\mathbb{C}) \subset \mu_{12}(\mathbb{C})$ explizit an. Ebenso für $\mu_3(\mathbb{C}) \subset \mu_{12}(\mathbb{C})$.

Aufgabe 2. Welche der folgenden Teilmengen der Gruppe $\mathrm{GL}(2, \mathbb{Q})$ ist eine Untergruppe?

(i) Die Teilmenge aller ganzzahligen Matrizen.

(ii) Die Teilmenge aller ganzzahligen Matrizen A mit $\det(A) = \pm 1$.

(iii) Die Teilmenge aller diagonalisierbaren Matrizen.

(iv) Die Teilmenge aller Matrizen B mit $\det(B) > 0$.

(v) Die Teilmenge aller Matrizen C mit $\det(C) < 0$.

Aufgabe 3. Sei $\mathrm{SL}(2, \mathbb{Z})$ die Gruppe aller ganzzahligen 2×2-Matrizen mit Determinante 1, und $D \subset \mathrm{SL}(2, \mathbb{Z})$ die Untergruppe aller oberen Dreiecksmatrizen. Zeigen Sie, daß die Abbildung

$$\varphi : \mathrm{SL}(2, \mathbb{Z})/D \longrightarrow \mathbb{Q} \cup \{1/0\}, \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} D \longmapsto a/c$$

wohldefiniert und bijektiv ist.

Aufgabe 4. Sei K ein Körper von Charakteristik $p = 0$. Beweisen Sie, dass jedes Element $A \in \mathrm{GL}(n, K)$ von endlicher Ordnung halbeinfach ist.

Abgabe: Bis Mittwoch den 28.4. um 9:00 Uhr in den Zettelkästen.