

Übungen zur Linearen Algebra II

Blatt 10

Aufgabe 1. Sei

$$Q = aE + bI + cJ + dK \in \mathbb{H}$$

ein Quaternion. Angenommen, es gilt $QQ' = Q'Q$ für alle Quaternionen $Q' \in \mathbb{H}$. Zeigen Sie, daß dann $b = c = d = 0$ gilt.

Aufgabe 2. Wie lautet die Jordan-Normalform einer symplektischen Transvektion?

Aufgabe 3. Sei V ein endlich-dimensionaler euklidischer Vektorraum und $f : V \rightarrow V$ ein Endomorphismus, dessen Minimalpolynom die Form

$$\mu_f = (T - a)(T - a'), \quad a < a'$$

hat. Seien $U, U' \subset V$ die Eigenräume zu den Eigenwerten a, a' . Beweisen Sie, daß $f : V \rightarrow V$ genau dann eine Isometrie ist, wenn $a = -1, a' = 1$ und $U, U' \subset V$ zueinander orthogonal sind.

Aufgabe 4. (i) Zeigen Sie, daß jedes $A \in \text{SO}(3)$ Produkt von zwei orthogonalen Spiegelungen ist.

(ii) Finden Sie ein $B \in \text{SO}(4)$, daß nicht das Produkt von zwei orthogonalen Spiegelungen ist.

Abgabe: Bis Mittwoch den 1.7. um 11:00 Uhr in den Zettelkästen.