

## Übungen zur Linearen Algebra II

### Blatt 6

**Aufgabe 1.** Wir betrachten den Endomorphismus

$$f : \text{Mat}(n, K) \longrightarrow \text{Mat}(n, K), \quad A \longmapsto A^t,$$

der eine  $n \times n$ -Matrix auf ihre Transponierte abbildet. Verifizieren Sie, daß  $f$  trigonalisierbar ist, und bestimmen Sie die Jordan-Normalform von  $f$ .

**Aufgabe 2.** Sei  $V$  ein endlich-dimensionaler  $K$ -Vektorraum und  $f : V \rightarrow V$  ein trigonalisierbarer Endomorphismus. Zeigen Sie, daß es einen diagonalisierbaren Endomorphismus  $f_d$  und einen nilpotenten Endomorphismus  $f_n : V \rightarrow V$  gibt mit  $f = f_d + f_n$  und  $f_d \circ f_n = f_n \circ f_d$ .

**Aufgabe 3.** Sei  $f : V \rightarrow V$  ein Endomorphismus, dessen charakteristisches Polynom und Minimalpolynom von der Form

$$\chi_f = \prod_{i=1}^r (T - \lambda_i)^{m_i} \quad \text{und} \quad \mu_f = \prod_{i=1}^r (T - \lambda_i)^{m_i - 1}$$

für paarweise verschiedene Skalare  $\lambda_1, \dots, \lambda_r \in K$ . Bestimmen Sie die Jordan-Normalform von  $f$ .

**Aufgabe 4.** Sei  $A \in \text{Mat}(n, K)$  eine trigonalisierbare Matrix. Zeigen Sie mittels Jordan-Normalform, daß  $A$  zu seiner transponierten Matrix  $A^t$  konjugiert ist.

**Abgabe:** Bis Mittwoch den 3.6. um 11:00 Uhr in den Zettelkästen.