Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 09

Übungen zur Linearen Algebra II

Blatt 3

Aufgabe 1. Sei V ein K-Vektorraum, $U \subset V$ ein Untervektorraum, und $x_1, \ldots, x_m \in U$ eine Basis. Wir ergänzen dies zu einer Basis $x_1, \ldots, x_n \in V$. Zeigen Sie, daß die Restklassen

$$[x_{m+1}], [x_{m+2}], \ldots, [x_n] \in V/U$$

eine Basis bilden.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie zur Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -8 & 3 & 0 \\ -14/3 & 8/3 & -1 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}(3, \mathbb{Q}).$$

alle Eigenwerte sowie die zugehörigen geometrischen und algebraischen Multiplizitäten, und entscheiden Sie, ob A diagonalisierbar ist.

Aufgabe 3. Sei $A \in \mathrm{Mat}(n, \mathbb{R})$. Beweisen Sie, daß A genau dann nilpotent ist, wenn A trigonalisierbar und $\mathrm{Tr}(A^2) = 0$ gilt.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie für die neun Matrizen der Form

$$A = \begin{pmatrix} 1 & b \\ c & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}(2, \mathbb{F}_3),$$

ob A trigonalisierbar, halbeinfach oder diagonalisierbar ist.

Abgabe: Bis Mittwoch den 13.5. um 11:00 Uhr in den Zettelkästen.