Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 09

Übungen zur Linearen Algebra II

Blatt 1

Aufgabe 1. Sei $V = \mathrm{Mat}(n, K)$ und $U \subset V$ der Untervektorraum der Diagonalmatrizen. Welche Dimension hat der Quotientenvektorraum V/U?

Aufgabe 2. Sei G eine Gruppe. Wir betrachten die Relation

$$R = \{(x, x') \mid \exists g \in G \text{ mit } x' = gxg^{-1}\} \subset G \times G$$

auf G.

(i) Verifizieren Sie, daß dies eine Äquivalenzrelation ist.

(ii) Sei nun $G = \mathrm{GL}(n, K)$, wobei K ein algebraisch abgeschlossener Körper ist. Zeigen Sie, daß jedes $A \in \mathrm{GL}(n, K)$ äquivalent zu einer oberen Dreiecksmatrix ist.

Aufgabe 3. Sei K ein Körper, V und W zwei K-Vektorräume, und $H = \mathrm{Hom}_K(V, W)$. Wir betrachten die Relation

$$R = \{(f, f') \mid \exists g \in \mathrm{Aut}_K(V),\, h \in \mathrm{Aut}_K(W) \text{ mit } f' = hfg^{-1}\} \subset H \times H$$

auf H.

(i) Verifizieren Sie, daß dies eine Äquivalenzrelation ist.

(ii) Sei nun V, W endlich-dimensional. Zeigen Sie, daß es genau $m + 1$ Äquivalenzklassen gibt, wobei m das Minimimum vom $\dim_K(V)$ und $\dim_K(W)$ ist.

Aufgabe 4. Wir betrachten das Polynom $f = T^2 + 1$. Zeigen Sie, daß der Ring $L = \mathbb{F}_3[T]/f\mathbb{F}_3[T]$ ein Körper ist, und bestimmen Sie für jedes $\lambda \in L$, $\lambda \neq 0$ das Inverse $1/\lambda$.

Abgabe: Bis Mittwoch den 29.4. um 11:00 Uhr in den Zettelkästen.

Das griechische Alphabet

Buchstabe		Name	Transliteration
α	A	Alpha	a
β	B	Beta	b
γ	Γ	Gamma	g
δ, ∂	Δ	Delta	d
ϵ	E	Epsilon	e
ζ	Z	Zeta	z
η	H	Eta	ē
θ, ϑ	Θ	Theta	t
ι	I	Iota	i
κ	K	Kappa	k
λ	Λ	Lambda	l
μ	M	Mu	m
ν	N	Nu	n
ξ	Ξ	Xi	x
o	O	Omikron	o
π	Π	Pi	p
ρ	P	Rho	r
σ	Σ	Sigma	s
τ	T	Tau	t
υ	Υ	Upsilon	u
ϕ, φ	Φ	Phi	ph
χ	X	Chi	kh
ψ	Ψ	Psi	ps
ω	Ω	Omega	ō