Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 07/08

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Blatt 1

Aufgabe 1. Wir betrachten den Ereignisraum

$$\Omega = \{(i, j) \mid 1 \leqslant i, j \leqslant 6\}$$

zum Zufallsexperiment des zweimaligem Würfelns. Sei $A \subset \Omega$ das Ereignis "Pasch", und $B \subset \Omega$ das Ereignis, daß der erste Wurf eine gerade Augenzahl und der zweite Wurf mindestens 3 ist. Schreiben Sie alle Elemente der Ereignisse $A, B, A \cup B, A \cap B$ und $A \setminus B$ hin.

Aufgabe 2. Sei Ω der Ereignisraum zum Zufallsexperiment wie in Aufgabe 1. Wir nehmen an, daß die Würfel fair sind, und betrachten daher die Laplace-Verteilung $P : \mathcal{P}(\Omega) \to \mathbb{R}$.

(i) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X)$ für die in Aufgabe 1 angegebenen Ereignisse $X = A, \ldots, X = A \setminus B$.

(ii) Führen Sie das Zufallsexperiment in der Realität $n = 10$ mal durch und vergleichen Sie die relativen Häufigkeiten $r_{10}(X)$ mit den Wahrscheinlichkeiten $P(X)$.

Aufgabe 3. Die relativen Häufigkeiten von Ereignissen $A, B \subset \Omega$ bei n-maliger Ausführung eines Zufallsexperiments werden gemessen als

$$r_n(A) = 0,99 \quad \text{und} \quad r_n(B) = 0,97.$$

Rechnen Sie nach, daß $r_n(A \cap B) \geq 0,96$ gelten muss.

Besprechung: Mittwoch, 31.10.2007 von 8-9 Uhr ct

Termine für Klausur und Nachklausuren:
Klausur am Mittwoch, den 30.01.2008 von 9:00-11:00 Uhr st.
1. Nachklausur am Mittwoch, den 13.02.2008 von 9:00–11:00 Uhr st.
2. Nachklausur am Mittwoch, den 26.03.2008 von 9:00–11:00 Uhr st.

Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer WS 07/08

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Blatt 2

Aufgabe 1. Wie wahrscheinlich ist es, daß 7 zufällig ausgewählte Personen verschiedene Geburtsmonate haben? (Nehmen sie dabei vereinfachend an, daß alle Geburtsmonate gleichwahrscheinlich sind; mit anderen Worten, gehen Sie von der Laplace-Verteilung aus.)

Aufgabe 2. Wir betrachten den Ereignisraum $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ und setzen als Wahrscheinlichkeiten für die Elementarereignisse

$$\begin{array}{lll} P(\{1\}) = 1/6, & P(\{2\}) = 1/4, & P(\{3\}) = 0, \\ P(\{4\}) = 1/3, & P(\{5\}) = 1/4, & P(\{6\}) = 0. \end{array}$$

Wieso wird dadurch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung $P : \mathcal{P}(\Omega) \to \mathbb{R}$ definiert, und was ist die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $\{2, 3, 4\}$? (Wahrscheinlichkeitsräume wie (Ω, P) sind Modelle für "gezinkte" Würfel.)

Aufgabe 3. Ein fairer Würfel wird 3 mal geworfen. Wie wahrscheinlich ist es, daß genau 2 mal eine gerade Augenzahl auftritt?

Besprechung: Mittwoch, 7.11.2007 von 8-9 Uhr ct

Sprechstunden:
Prof. Dr. Schröer montags von 11–12 Uhr ct im Dienstzimmer 25.13.03.37.
Fabian Freund donnerstags von 14–16 Uhr im Dienstzimmer 25.13.01.33.

Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 07/08

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Blatt 3

Aufgabe 1. Berechnen Sie folgendenden drei Ausdrücke:

$$\binom{7}{4} \quad \text{und} \quad 5! \quad \text{und} \quad \binom{m}{3}.$$

Rechnen Sie weiterhin nach, daß

$$\binom{r}{m}\binom{m}{k} = \frac{r!}{k!(m-k)!(r-m)!} = \binom{r}{k}\binom{r-k}{m-k}$$

für $r \geq m \geq k \geq 0$ gilt.

Aufgabe 2. Wie wahrscheinlich ist es, im Lotto genau 3 Richtige zu haben?

Aufgabe 3. Sie füllen beim Lotto zwei Tippscheine aus, wobei sie keine Zahl auf beiden Tippscheinen gleichzeitig ankreuzen. Wie wahrscheinlich ist es, mit mindestens einem Tipp genau zwei Richtige zu haben?

Besprechung: Mittwoch, 14.11.2007 von 8-9 Uhr ct

Informationen zur Vorlesung unter:
http://reh.math.uni-duesseldorf.de/∼schroeer/07_ws_pharmazeuten/pharmazeuten.html

Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 07/08

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Blatt 4

Aufgabe 1. (i) Bestimmen Sie die Binomialkoeffizienten

$$\binom{9}{5} \quad \text{und} \quad \binom{103}{4}$$

ohne Verwendung eines Tachenrechners.

(ii) Bestimmen Sie die Binomialkoeffizienten

$$\binom{26}{13} \quad \text{und} \quad \binom{40}{15} \quad \text{und} \quad \binom{49}{6}$$

mit Hilfe eines Tachenrechners.

Aufgabe 2. Aus einem gut gemischtem Pokerspiel werden nacheinander 5 Karten gezogen. Wie wahrscheinlich ist es, daß sich ein Straight ergibt, also eine aufsteigende Folge (z.B. 7,8,9,10,Bube)?

Aufgabe 3. In einer Urne befinden sich R rote und S schwarze Kugeln. Es wird 10 mal unter mit Zurücklegen unter Beachtung der Reihenfolge gezogen. Berechnen Sie für $k = 0, 1, 2, \ldots, 5$ die Wahrscheinlichkeiten, daß genau k rote Kugeln gezogen werden, falls

(i) $R = S = 10$.

(ii) $R = 18$ und $S = 2$.

Besprechung: Mittwoch, 21.11.2007 von 8-9 Uhr ct

Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 07/08

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Blatt 5

Aufgabe 1. Wir betrachten die hypergeometrische Verteilung zu den Parametern $N = 6$, $R = 2$, $n = 3$. Veranschaulichen Sie sich die Wahrscheinlichkeiten $P(\{k\})$ für $0 \leqslant k \leqslant 3$ in einem Stabdiagram.

Aufgabe 2. Wie wahrscheinlich ist es, beim Skat 10 Karten ausgeteil zu bekommen, in der jede Karte eine Bildkarte ist (also Bube, Dame oder König)? Ein Skatspiel besteht aus 32 Karten.

Aufgabe 3. Aus einem Fischteich werden 10 Fische gefangen, markiert und wieder freigelassen. Nach einiger Zeit werden in einem weiteren Fang 8 Fische gefangen, von denen 3 markiert sind. Schätzen Sie die Anzahl der Fische im Teich.

Besprechung: Mittwoch, 28.11.2007 von 8-9 Uhr ct

Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 07/08

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Blatt 6

Aufgabe 1. Berechnen sie die Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse in $\Omega = \{0, 1, \ldots, 5\}$ bezüglich der Binomialverteilung zur Erfolgswahrscheinlichkeit $p = 1/2$, sowie bezüglich der hypergeometrischen Verteilung mit $N = 10$, $R = 5$, und stellen sie die errechneten Wahrscheinlichkeiten in einer Tabelle gegenüber.

Aufgabe 2. Mit einem Würfel wird zweimal gewürfelt. Berechnen sie die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß die Augensumme vier ergibt unter der Annahme, daß beide Augenzahlen ungerade sind. Berechnen Sie weiterhin die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß beide Augenzahlen ungerade sind unter der Annahme, daß die Augensumme vier ist.

Aufgabe 3. Eine Münze wird 10 mal geworfen. Sei $A_k \subset \Omega$, $0 \leqslant k \leqslant 10$ das Ereignis, daß im k-ten Wurf erstmalig Zahl erscheint. Berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(A_6 \mid \Omega - A_2)$.

Besprechung: Mittwoch, 5.12.2007 von 8-9 Uhr ct

Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 07/08

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Blatt 7

Aufgabe 1. Eine Schafsherde wird von einem Virus befallen. Allerdings sind bereits 80% der Schafe gegen das Virus geimpft. Der Pharmahersteller gibt an, daß die Wahrscheinlichkeit, daß ein geimpftes Schaf erkrankt, bei 10% liegt, und die Wahrscheinlichkeit, daß ein ungeimpftes Tier erkrankt, bei 85% liegt. Der Schäfer macht sich Sorgen um sein Lieblingsschaf und betrachtet die Ereignisse A: "Das Schaf ist infiziert" sowie B: "Das Schaf ist geimpft".

(i) Berechnen sie die Wahrscheinlichkeiten $P(B)$ und $P(\Omega \setminus B)$.

(ii) Berechnen Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(A \mid \Omega \setminus B)$ und $P(\Omega \setminus A \mid \Omega \setminus B)$, $P(A \mid B)$ und $P(\Omega \setminus A \mid B)$.

(iii) Berechnen Sie weiterhin $P(B \mid A)$ und $P(\Omega \setminus B \mid A)$, und beschreiben Sie diese bedingten Wahrscheinlichkeiten in Worten.

Aufgabe 2. Eine faire Münze wird 10 mal geworfen. Sei E_k das Ereignis, daß mit dem k-ten Wurf das erste mal Zahl gworfen wird. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(A_4)$ und $P(A_5)$ sowie die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(A_6 \mid \Omega \setminus A_2)$ und $P(A_7 \mid \Omega \setminus A_s)$.

Besprechung: Mittwoch, 12.12.2007 von 8-9 Uhr ct

Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 07/08

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Blatt 8

Aufgabe 1. Sei $\Omega = \{1, \ldots, 6\}$, versehen mit der Laplace-Verteilung (zweimaliges Würfeln). Wir betrachten die Zufallsvariable $X : \Omega \to \mathbb{R}$, $(i, j) \mapsto i/j$. Bestimmen sie die Menge $\Omega_X \subset \mathbb{R}$ und die Wahrscheinlichkeiten $P_X(\lambda)$ der Elementarereignisse $\lambda \in \Omega_X$.

Aufgabe 2. Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariable X aus Aufgabe 1.

Aufgabe 3. Bei einer Lotterie beträgt der Lospreis 5 Euro. Es gilt der folgende Gewinnplan:

Gewinnklasse	Gewinn	Gewinnchance
1	10 Euro	1:10
2	20 Euro	1:100
3	50 Euro	1:1.000
4	500 Euro	1:10.000
5	50000 Euro	1:100.000
6	100.000 Euro	1:500.000
7	2.100.000 Euro	1:5.000.000

Berechnen Sie den Erwartungswert für den Gewinn.

Besprechung: Mittwoch, 19.12.2007 von 8-9 Uhr ct

Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer WS 07/08

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Blatt 9

Aufgabe 1. Seien $X, Y : \Omega \to \mathbb{R}$ Zufallsvariablen, und $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, daß

$$\operatorname{Cov}(\alpha X, \beta Y) = \alpha\beta \operatorname{Cov}(X, Y)$$

gilt.

Aufgabe 2. Sei $X, Y : \Omega \to \mathbb{R}$ Zufallsvariablen, und $\lambda \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, daß

$$\operatorname{Cov}(X, Y) = \operatorname{Cov}(Y, X) \quad \text{und} \quad \operatorname{Cov}(\lambda X, Y) = \lambda \operatorname{Cov}(X, Y).$$

Aufgabe 3. Sei $\Omega = \{1, 2, \ldots, 6\}$ der Wahrscheinlichkeitsraum mit Laplace-Verteilung zum Zufallsexperiment des zweifachen Würfelns. Wir betrachten die Zufallsvariablen "Augensumme"

$$X : \Omega \to \mathbb{R}, \quad (i, j) \longmapsto i + j$$

und "erster Wurf"

$$Y : \Omega \to \mathbb{R}, \quad (i, j) \longmapsto i.$$

Berechnen Sie die Varianzen $\operatorname{Var}(X), \operatorname{Var}(Y)$ und die Kovarianz $\operatorname{Cov}(X, Y)$.

Besprechung: Mittwoch, 9.1.2007 von 8-9 Uhr ct

Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer WS 07/08

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Blatt 10

Aufgabe 1. Sie Würfeln zweimal hintereinander. Sei A das Ereignis, daß die Augensumme 6 ist, und B dass Ereignis, daß die Augendifferrenz 3 beträgt. Sind die Ereignisse A und B unabhängig?

Aufgabe 2. Ein Paar möchte vier Kinder haben, darunter sollen aber höchstens zwei Töchter sein (d. h. nach der Geburt der zweiten Tochter sind keine weiteren Kinder gewollt). Die Wahrscheinlichkeiten für die Geburt eines Sohnes und die Geburt einer Tochter seien gleich groß. Bestimmen Sie für $k = 2, 3, 4$ die Wahrscheinlichkeit, daß das Paar genau k Kinder bekommt.

Aufgabe 3. Ein möglicherweise nicht-faire Münze wird $n = 10$ mal geworfen. Es tritt $k = 8$ mal Kopf ein. Wie wahrscheinlich ist dieses Ereignis bei einer fairen Münze?

Besprechung: Mittwoch, 16.1.2007 von 8-9 Uhr ct

Anmeldung zur Klausur und Nachklausuren: Sie müssen sich online unter HISLSF anmelden. Klicken Sie sich dafür bis zu den *Klausurterminen* durch und belegen sie die *Mathematik für Pharmazeuten Klausur*. Mit dieser Anmeldung haben Sie sich auch für die beiden Nachklausuren mitangemeldet.

Einen Link zum HISLSF findet sich beispielsweise auf der Webseite zur Vorlesung:
http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~schroeer/07_ws_pharmazeuten/pharmazeuten.html

Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 07/08

Übungen zur Mathematik für Pharmazeuten

Blatt 11

Aufgabe 1. Das Auftreten eines Ereignisses soll bei drei Experimenten beobachtet werden. Die Experimente seien unabhängig, und das Ereignis habe bei allen drei eine feste Wahrscheinlichkeit $0 \leqslant p \leqslant 1$. Entwerfen Sie einen Binomialtest zum Testen der Nullhypothese $p \leqslant 0.4$ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.2$.

Aufgabe 2. Angenommen, in der Aufgabe 1 ist $p = 0.8$. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit einses Fehler 1. Art? Und wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers 2. Art?

Aufgabe 3. Eine Klausur besteht aus 5 multiple-choice-Aufgaben, in der aus jeweils drei Antworten ausgewählt werden muss. Die Wahrscheinlichkeit, dass Student Meier eine richtige Antwort ankreuzts sei $0 \leqslant p \leqslant 1$. Entwerfen Sie einen Binomialtest zum Testen der Nullhypothese $p > 0.6$ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$.

Besprechung: Mittwoch, 23.1.2007 von 8-9 Uhr ct