Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 06/07
5.2.07

Klausur Algebraische Geometrie I

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Unterschrift:

Studienfach:

Studienziel:

Semesterzahl:

Legen Sie Ihren Studenten- und Personalausweis sichtbar am Arbeitsplatz aus.
Schreiben Sie auf jedes Blatt ihren Namen.
Begründen Sie Ihre Antworten.
Bei jeder Aufgabe können Sie 5 Punkte erreichen.

1	2	3	4	5	6	7	$\sum$

Klausureinsicht: in der Übung.

Aufgabe 1. Was bedeutet der Begriff *Quasikohärenz*? Was besagt das *Leray-Kriterium* für Garbenkohomologie? Welche Bedeutung haben diese Dinge in der Algebraischen Geometrie?

Aufgabe 2. Sei $S = \bigoplus_{n\geq 0} S_n$ ein graduierter Ring, und $f, g \in S_+$ zwei homogene Elemente, vom Grad $m = \deg(f)$ und $n = \deg(g)$. Zeigen Sie, daß

$$(S_{(f)})_{\frac{g^m}{f^n}} = S_{(fg)}$$

als Unteralgebren in der Lokalisierung S_{fg} gilt.

Aufgabe 3. Sei $X = \mathbb{P}^n_R$ der n-dimensionale projektive Raum über einem Ring R. Bestimmen sie die kleinste ganze Zahl $r_0 \geq 0$ mit folgender Eigenschaft:

$$H^r(X, \mathcal{F}) = 0$$

für alle quasikohärenten Garben $\mathcal{F}$ auf X und alle $r \geq r_0$.

Aufgabe 4. Sei $p > 0$ eine Primzahl. Wie viele Punkte enthält das Schema

$$\operatorname{Spec}(\mathbb{F}_{p^2}) \times_{\operatorname{Spec}(\mathbb{F}_p)} \operatorname{Spec}(\mathbb{F}_{p^2})?$$

Begründen Sie ihre Antwort.