

Übungen zur Analysis 1
(WS 2021/22)
2. Übungsblatt (26.10.2021)

Abgabe der Lösungen bis nächsten Dienstag, 2.11.2021, 10:30 in die Übungsbriefkästen in 25.22.00.

Übung 2.1. Die Fibonacci-Zahlen $1, 1, 2, 3, 5, \dots$ werden rekursiv definiert durch $a_0 := 1$, $a_1 := 1$ und $a_{n+1} := a_n + a_{n-1}$ für $n \geq 1$. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass $1 \leq \frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 2$ für $n \geq 0$. (25 Punkte)

Übung 2.2. Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass 7 die Zahl $2^{n+1} + 3^{2n-1}$ teilt für alle $n \geq 1$. (25 Punkte)

Übung 2.3. Welche der folgenden Abbildungen sind injektiv/surjektiv/bijektiv?

a) $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, x \mapsto x^4$,

b) $g : \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}, (x, y) \mapsto (x + y, x + 2y)$,

c) $h : \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, (x, y) \mapsto x - y$. (10+10+10 Punkte)

Übung 2.4. Seien $f : M \rightarrow N$, $g : N \rightarrow R$ Abbildungen. Beweisen Sie, dass die Injektivität (Surjektivität, Bijektivität) von f und g impliziert, dass auch $g \circ f$ injektiv (surjektiv, bijektiv) ist. (7+7+6 Punkte)