

Die abelsche Gruppe \mathcal{Z} der zahlentheoretischen Funktionen
 $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $f(1) \neq 0$ bzgl. der Faltung $*$

Bez.	Name	Definition	Eig. ¹	Faltungsformeln
σ_α	Teilerpotenzsumme	$\sigma_\alpha(n) := \sum_{d n} d^\alpha$	m.	
σ	Teilersumme	$\sigma(n) := \sigma_1(n) = \sum_{d n} d$	m.	$\sigma = \text{id} * \underline{1}$
d	Teileranzahl	$d(n) := \sigma_0(n) = \sum_{d n} 1$	m.	$d = \underline{1} * \underline{1}$
$\underline{1}$	1-Funktion	$\underline{1}(n) := 1$	v.m.	
μ	Möbius-Funktion	$\mu(n) := \begin{cases} 1, & n = 1 \\ (-1)^r, & n = p_1 \cdots p_r, \\ & 2 \leq p_1 < \cdots < p_r \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$	m.	$\underline{1} * \mu = \varepsilon$ (Möbius- Umkehrung)
ε	neutr. El. von $(\mathcal{Z}, *)$	$\varepsilon(n) := [\frac{1}{n}] = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ 0, & n > 1 \end{cases}$	v.m.	
id	Identitätsfunktion	$\text{id}(n) := n$	v.m.	
log	Logarithmus	$\log n := \alpha$ mit $e^\alpha = n$	v.a.	
Λ	von-Mangoldt-Funktion	$\Lambda(n) := \begin{cases} \log p, & \text{für } n = p^k, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$	-	$\Lambda * \underline{1} = \log$
ω	Primteiler-Anzahl	$\omega(n) := k$ für $n = p_1^{a_1} \cdots p_k^{a_k}$	a.	
Ω	Primfaktoren-Anzahl	$\Omega(n) := a_1 + \cdots + a_k$ für $n = p_1^{a_1} \cdots p_k^{a_k}$	v.a.	
P_α	Potenzieren mit α	$P_\alpha(n) := n^\alpha$	v.m.	$\sigma_\alpha = P_\alpha * \underline{1}$
φ	Eulersche φ -Funktion	$\varphi(n) := \#\{a; 0 < a < n, (a, n) = 1\}$	m.	$\varphi * \underline{1} = \text{id}$
c_q	Ramanujan-Summe	$c_q(n) := \sum_{\substack{1 \leq a < q \\ (a, q) = 1}} \exp(2\pi i \frac{an}{q})$	m.	

¹ v.m.=vollständig multiplikativ, m.=multiplikativ, v.a.=vollständig additiv, a.=additiv