

## Topologie II, SoSe 23

### Blatt 9

---

**Aufgabe 1:**

Weisen Sie nach, dass die Räume  $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$  und  $\mathbb{P}^2(\mathbb{R}) \vee S^3$  nicht homotopieäquivalent sind.

**Aufgabe 2:**

Zeigen Sie mit Hilfe des Cup-Produktes, dass  $f^*: H^{n+m}(S^n \times S^m) \rightarrow H^{n+m}(S^{n+m})$  für jede stetige Abbildung  $f: S^{m+n} \rightarrow S^n \times S^m$  der triviale Homomorphismus ist, falls  $m$  und  $n$  positive ganze Zahlen sind.

**Aufgabe 3:**

Zeigen Sie vermöge des Cup-Produktes, dass  $f^*: H^1(\mathbb{P}^n(\mathbb{R}); \mathbb{F}_2) \rightarrow H^1(\mathbb{P}^m(\mathbb{R}); \mathbb{F}_2)$  für jede stetige Abbildung  $f: \mathbb{P}^m(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{P}^n(\mathbb{R})$  trivial ist, falls  $m > n$  ist.

**Aufgabe 4:**

Nutzen Sie Aufgabe 1, um einen weiteren Beweis für den Satz von Borsuk-Ulam zu geben.