Heinrich Heine Universität Düsseldorf

O-Minimalität – Blatt 8

Abgabe bis zum 9.6.2023, in der Vorlesung oder im Ilias

Prof. I. Halupczok
H. Khalilian

Wie üblich sind alle Antworten zu begründen/beweisen.

Bitte geben Sie an, welche Teilaufgaben Sie ganz gelöst / teilweise gelöst / gar nicht gelöst haben:

1 (a)	1 (b)	1 (c)	1 (d)	1 (e)

Aufgabe 1 (2+3+2+3+2 Punkte):

Im Folgenden sei $X \subseteq M^n$ eine definierbare Menge.

(a) Sei $a \in M^n$. Zeigen Sie, dass ein $d \in \mathbb{N} \cup \{-\infty\}$ existiert, so dass für alle hinreichend kleinen offenen Umgebungen $U \subseteq M^n$ von a gilt: $\dim(X \cap U) = d$.
Wir nennen dieses d die *lokale Dimension* von X bei a und schreiben $\dim_a X$ dafür.

(b) Wir nennen X *rein d-dimensional*, wenn für alle $a \in X$ gilt: $\dim_a X = d$. Zeigen Sie: d-dimensionale Zellen sind rein d-dimensional.

(c) Zeigen Sie: Ist X rein d-dimensional, so gilt sogar für alle $a \in X^{\mathrm{cl}}$: $\dim_a X = d$.

(d) Für $0 \leq d \leq n$ setzen wir $X_d := \{a \in X \mid \dim_a X = d\}$.
Zeigen Sie: X_d ist rein d-dimensional.

(e) Zeigen Sie: Ist $X_d \neq \emptyset$, so ist $\dim X_d = d$.

Achtung: Für (d) und (e) ist es zwar nützlich, eine Zellzerlegung von X zu betrachten; X_d ist dann aber nicht notwendigerweise eine Vereinigung von Zellen. (Warum?)