

Wie üblich sind alle Antworten zu begründen/beweisen.

Bitte geben Sie an, welche Teilaufgaben Sie ganz gelöst / teilweise gelöst / gar nicht gelöst haben:

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| 1 (a) | 1 (b) | 1 (c) | 2 (a) |
| | | | |

Aufgabe 1 (2+3+2 Punkte):

Sind $\underline{C} := (C_1, \dots, C_n)$ und $\underline{C}' := (C'_1, \dots, C'_{n'})$ Zellzerlegungen von M^n , so nennt man \underline{C}' eine *Verfeinerung* von \underline{C} , wenn jede Zelle C_i sich als Vereinigung von manchen der Zellen C'_j schreiben lässt.

Zeigen Sie (unter Verwendung der Zellzerlegungssätze):

- (a) Zu zwei beliebigen Zellzerlegungen \underline{C} und \underline{C}' von M^n lässt sich immer eine gemeinsame Verfeinerung \underline{C}'' finden (d. h. \underline{C}'' soll Verfeinerung sowohl von \underline{C} als auch von \underline{C}' sein).
 Hinweis: Das klingt vielleicht schwierig, ist aber leicht, wenn man den richtigen Satz aus der Vorlesung richtig anwendet.
- (b) Lässt sich \underline{C}'' aus (a) konstruieren, indem man als Zellen alle nicht-leeren Schnitte $C_i \cap C'_j$ nimmt (wobei C_i eine Zelle von \underline{C} und C'_j eine Zelle von \underline{C}' ist)?
 Genauer: Beantworten Sie die obige Frage
 - (b1) im Fall $n = 1$
 - (b2) im Fall $n = 2$
- (c) Sind $X_1, \dots, X_m \subseteq M^n$ definierbare Mengen und $f_1, \dots, f_k: M^n \rightarrow M$ definierbare Funktionen, so existiert eine Zellzerlegung von M^n derart, dass:
 - Jede der Mengen X_i eine Vereinigung von Zellen ist; und
 - Jede der Funktionen f_j stetig auf jeder Zelle ist.

Aufgabe 2 (5 Punkte):

Eine Zelle $C \subseteq M^2$ muss keine Zelle bleiben, wenn man die beiden Koordinaten tauscht. Zeigen Sie, dass trotzdem folgendes wahr ist: Jede definierbare Teilmenge $X \subseteq M^2$ lässt sich als Vereinigung von endlich vielen Zellen C_i schreiben, wobei jede dieser Zellen beim Tauschen der Koordinaten eine Zelle bleibt.

Hinweis: Wenn eine Zelle unter Koordinatentausch keine Zelle bleibt, kann man sie unter Verwendung des Monotoniesatzes weiter zerstückeln.