Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

SS 2006
10. Mai 2006
Blatt 6

Übungen zu Mathematische Optimierung II

21. (2P) Beweisen Sie das Lemma von Farkas mit Hilfe der Sätze aus Kap. I, § 3.

22. (2P) Der Graph einer mengenwertigen Abbildung $A : X \to Y$ mit $X, Y \subseteq R^n$ ist die Menge $\{(x, y) : x \in X,\ y \in A(x)\}$.
Man zeige, daß A abgeschlossen genau dann ist, wenn für jede abgeschlossene Teilmenge $W \subseteq X$ der Graph der mengenwertigen Abbildung $A|W$ abgeschlossen ist.

23. (1P) Sei $X, Y \subseteq R^n,\ f : X \to Y$ und die mengenwertige Abbildung $A : X \to Y$ durch $A(x) = \{f(x)\}$ definiert. Zeigen Sie, daß f in x stetig ist, wenn A abgeschlossen in x und Y kompakt ist.

24. (2P) Sei $X = [0, 1],\ z(x) = x$ und

$$A(x) = \begin{cases} [0, x) & \text{für} \quad 0 < x \leq 1 \\ \{0\} & \text{für} \quad x = 0. \end{cases}$$

Bestimmen Sie alle nur möglichen Teilmengen $\Omega \subseteq X$, die z zu einer Abstiegsfunktion für den Algorithmus A auf X mit Lösungsmenge Ω machen, wobei A abgeschlossen auf $X \backslash \Omega$ ist.

Abgabe: 17. Mai 2006, 13:00 Uhr

Bitte wenden!

Programmieraufgabe 2 (2 PAP):

Lösen Sie das Problem

$$\min\ (x-6)^2 + (y-2)^2$$

bzgl.

$$-x + 2y \le 4, \quad 3x + 2y \le 12, \quad x \ge 0, \quad y \ge 0$$

mittels des Algorithmus von Frank-Wolfe.
Anleitung:

(a) Transformieren Sie das Problem mittels der Schlupfvariablen v und w auf die Standardform für den genannten Algorithmus. Der zulässige Bereich sei M_s. Er ist ein Polytop im $\mathbb{R}^4$.

(b) Bestimmen Sie die extremalen Randpunkte von M_s mit der Hand.

(c) Lösen Sie das linearisierte Unterproblem (Schritt 2a) durch Vergleichen der Funktionswerte der extremalen Randpunkte.

(d) Starten Sie das Verfahren mit dem Vektor

$$x_0 = 1 + \mathrm{PIN}/5, \quad y_0 = 1, \quad v_0 = 3 + \mathrm{PIN}/5, \quad w_0 = 7 - 3\mathrm{PIN}/5,$$

wobei PIN die x-Koordinate Ihres persönlichen Startvektors aus Programmieraufgabe 1 bezeichnet.

(e) Drucken Sie eine Graphik des (zweidimensionalen) zulässigen Bereichs M des Ausgangsproblems und der Iterierten $(x_k, y_k), k = 0, 1, 2, \ldots$ aus. Verbinden Sie die benachbarten Iterierten jeweils durch eine Strecke, um den Iterationsverlauf zu verdeutlichen.

Abgabe: Mi., 05.07.2006, 13.00 Uhr