

Aufgabe 1:

Zeigen Sie, dass keine L_{grp} -Formel $\phi(x)$ existiert, so dass ϕ in allen Gruppen G genau die Torsionselemente definiert, d. h. so dass

$$\phi(G) = \{a \mid \text{ord}(a) < \infty\}$$

gilt.

Aufgabe 2:

Seien ϕ_i L -Aussagen für $i \in \mathbb{N}$ und sei T eine L -Theorie. Wir betrachten die „Aussage“ $\phi = \bigvee_{i \in \mathbb{N}} \phi_i$, d. h. „ $\mathcal{M} \models \phi$ “ soll bedeuten, dass ein i existiert mit $\mathcal{M} \models \phi_i$. Zeigen Sie: Wenn $T \models \phi$ gilt, dann existiert bereits eine endliche Teilmenge $I \subseteq \mathbb{N}$, so dass $T \models \bigvee_{i \in I} \phi_i$ gilt.

Aufgabe 3:

Wir haben lauter quadratische Puzzleteile mit verschiedenartigen Boppeln dran und Löchern drin. Es gibt nur endlich viele verschiedene Teile, aber von jeder Sorte von Puzzleteilen unendlich viele Exemplare. Wir nehmen an, dass sich beliebig große endliche Quadrate damit puzzeln lassen. Zeigen Sie, dass man dann auch die gesamte Ebene vollpuzzeln kann.