Prof. Dr. Benjamin Klopsch
Wintersemester 2017–18

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Lineare Algebra I – Blatt 6

Abgabe der Lösungen bis zum 22.11.2017, 10:15 Uhr in den dafür vorgesehenen Kästen

Bitte beachten Sie die allgemeinen Hinweise zur Bearbeitung und Abgabe auf

`http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~internet/LAI_WS1718/`.

Aufgabe 6.1 (4 Punkte)

Sei $\mathbb{F}_2$ der Körper mit zwei Elementen, und sei

$$W = \langle (1,0,1,0,1), (0,0,1,0,1), (0,0,0,1,0), (1,0,1,1,1), (1,0,0,1,0) \rangle \subseteq \mathbb{F}_2^5.$$

Bestimmen Sie eine Basis für den Untervektorraum W.

Aufgabe 6.2 (4 Punkte)

Im reellen Standardvektorraum $\mathbb{R}^4$ seien die vier Standardeinheitsvektoren

$$e_1 = (1,0,0,0), \quad e_2 = (0,1,0,0), \quad e_3 = (0,0,1,0), \quad e_4 = (0,0,0,1)$$

sowie die beiden weiteren Vektoren

$$x = (1,1,1,1) \quad \text{und} \quad y = (1,2,3,4)$$

gegeben. Bestimmen Sie eine Basis für den Untervektorraum

$$U = \langle x, y \rangle \cap \langle e_1, e_2, e_3 \rangle \subseteq \mathbb{R}^4.$$

Aufgabe 6.3 (8 Punkte)

Betrachten Sie Folge von Vektoren

$$v_1 = (1,2), \quad v_2 = (3,4), \quad v_3 = (5,6), \quad \ldots, \quad v_n = (2n-1, 2n), \quad \ldots$$

des reellen Standardvektorraums $V = \mathbb{R}^2$.

(1) Schreiben Sie, für $m, n \in \mathbb{N}$ mit $m \neq n$, die Vektoren $(1,2)$ und $(1,0)$ explizit als Linearkombinationen von v_m und v_n.

(2) Zeigen Sie: Für alle $m, n \in \mathbb{N}$ mit $m \neq n$ ist $\{v_m, v_n\}$ ein Erzeugendensystem von V.

(3) Beweisen Sie, dass für paarweise verschiedene $l, m, n \in \mathbb{N}$ die Menge $\{v_m, v_n\}$ linear unabhängig und die Menge $\{v_l, v_m, v_n\}$ linear abhängig ist.

(4) Bestimmen Sie alle linear unabhängigen Teilmengen der Menge $\{v_n \mid n \in \mathbb{N}\}$.