Mathematisches Institut
Heinrich Heine-Universität Düsseldorf

Markus Perling
Sommersemester 2014

Lineare Algebra 1

Übungsblatt 2

Abgabe bis 30. April 2014, 10:20 Uhr

Aufgabe 1. Für zwei Elemente $(m_1, m_2), (n_1, n_2) \in \mathbb{N}^2$ setzen wir:

$$(m_1, m_2) \preceq (n_1, n_2) \;:\Leftrightarrow m_1 \leq n_1 \text{ und } m_2 \leq n_2.$$

a) Zeige, dass $\preceq$ eine Ordnungsrelation auf $\mathbb{N}^2$ definiert.

b) Bestimme alle Ketten der Länge 4, die in der Teilmenge $\{1, 2\} \times \{1, 2, 3\}$ von $\mathbb{N}^2$ enthalten sind. (4 Punkte)

Aufgabe 2. Es sei M eine Menge und $f : M \to M$ eine Abbildung. Für $m, n \in M$ setzen wir $m \sim n :\Leftrightarrow f(m) = f(n)$.

a) Zeige, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation auf M definiert.

b) Es sei $M = \mathbb{R}$ und $f(x) = \lfloor x \rfloor$ (hierbei bedeuted $\lfloor x \rfloor$ das abrunden von x). Beschreibe die Äquivalenzklassen. (4 Punkte)

Aufgabe 3. Wir definieren in $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ wie folgt eine Relation R:

$$R := \{(m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid n \text{ teilt } m\}.$$

Ist R eine

a) Äquivalenzrelation?

b) Ordnungsrelation?

(4 Punkte)

Aufgabe 4.

a) Es sei M eine endliche nichtleere geordnete Menge. Zeige, dass M mindestens ein minimales und mindestens ein maximales Element besitzt.

b) Es sei M eine endliche total geordnete Menge mit n Elementen. Zeige, dass es genau eine Bijektion

$$\phi : \{1, \dots, n\} \longrightarrow M$$

gibt, die *ordnungserhaltend* ist, d.h. es gilt für alle $p, q \in \{1, \dots, n\}$:

$$p \leq q \Rightarrow \phi(p) \leq \phi(q).$$

Hierbei sei $\{1, \dots, n\}$ als Teilmenge der Natürlichen Zahlen mit der üblichen Totalordnung versehen.

Hinweis: verwende vollständige Induktion. (4 Punkte)